



Cálculo de Probabilidades II

EST-24127

Objetivo

El estudiantado comprenderá los conceptos y las herramientas necesarias para la adecuada comprensión, manejo y aplicación del cálculo de probabilidades en varias variables. Aprenderá los conceptos de vectores aleatorios y sus distribuciones y transformaciones, modelos multivariados y los teoremas importantes de límites, como la ley de los grandes números y el teorema del límite central. Asimismo, utilizará el paquete R para simular el comportamiento conjunto de variables aleatorias y para el cálculo de probabilidades.

Contenido

1. Distribuciones de vectores aleatorios.
 - 1.1 Vectores aleatorios. Definición.
 - 1.2 Función de distribución conjunta y función de densidad conjunta de vectores aleatorios. Caso discreto, caso continuo.
 - 1.3 Distribuciones marginales. Caso discreto, caso continuo.
 - 1.4 Función de distribución condicional y función de densidad condicional. Caso discreto, caso continuo. Teorema de Bayes.
 - 1.5 Variables aleatorias independientes.
 - 1.6 Valor esperado y varianza de un vector aleatorio. Propiedades.
 - 1.7 Momentos conjuntos, covarianza y correlación. Matriz de varianzas y covarianzas y matriz de correlaciones. Momentos condicionales. Otras características numéricas de distribuciones condicionales.
 - 1.8 Función generadora de momentos y función característica.
 - 1.9 Distribuciones Multinomial y Normal multivariada. Características importantes.
 - 1.10 Distribuciones mezcla. Valor esperado, varianza y otras características numéricas para estas distribuciones.
2. Transformaciones de vectores aleatorios.
 - 2.1 Problema general. Casos univariado y multivariado.
 - 2.2 Distribución de la suma, producto y cociente de variables aleatorias. Caso de variables independientes y no independientes.
 - 2.3 Distribuciones t, Ji-cuadrada y F. Estadísticas de orden.
 - 2.4 Combinación lineal de variables aleatorias.
 - 2.4.1 Valor esperado y varianza.

2.4.2 Convolución de variables aleatorias independientes. Función generadora de momentos.

2.4.3 Sumas aleatorias. Función de densidad, valor esperado, varianza.

3. Teoremas sobre límites.

3.1 Definición de sucesiones de variables aleatorias.

3.2 Diferentes tipos de convergencia: en probabilidad (o débil), en media cuadrática (o en L^2) y en distribución.

3.3 Relación entre los diferentes tipos de convergencia.

3.4 Desigualdades: Chebyshev, Jensen y Cauchy-Schwarz.

3.5 Ley débil y ley fuerte de los grandes números.

3.6 El teorema central del límite.

4.6 Cuantiles, cuartiles, moda, coeficiente de variación, coeficiente de sesgo, coeficiente de curtosis.

4.7 Desigualdades de Markov y Chebyshev. Desigualdad de Jensen.

Actividades de aprendizaje bajo conducción de un académico

- Exposiciones de los temas y subtemas del curso.
- Realización de problemas prácticos de entendimiento y análisis.
- Simulaciones con ayuda del paquete R.

Actividades de aprendizaje independientes

- Presentación de proyectos por parte de los estudiantes.

Bibliografía sugerida

- Blitzstein, Joseph K. and Hwang, Jessica. (2019). Introduction to Probability. 2nd. Edition. Chapman and Hall. Boca Raton, FL.
- Hoel, P., Port S. & Stone C. (1971). Introduction to Probability Theory. Houghton Mifflin Company: Boston.
- Mood A.M., Graybill F.A. & Boes D. (1974). Introduction to the Theory of Statistics. 3rd. Edition. Mc Graw Hill: Singapore.
- Rincón, L. (2014). Introducción a la probabilidad.
<https://lya.fciencias.unam.mx/lars/Publicaciones/Prob1-2016.pdf>
- Ross, S. (2014). A First Course in Probability. 9th. Edition. Prentice Hall: New Jersey.
- Casella G. & Berger R. (2002). Statistical Inference. 2a.ed. Duxbury: California.
- Hernández, F. (2003). Cálculo de Probabilidades. Sociedad Matemática Mexicana