



Procesos Estocásticos II

EST-14108

Objetivo

Al finalizar el curso el estudiantado conocerá la teoría y las propiedades esenciales de las cadenas de Markov, la teoría de la renovación y las martingalas; adicionalmente, será introducido a los elementos esenciales del cálculo estocástico. Aplicará la teoría aprendida a problemas clásicos de riesgos y finanzas, tales como el cálculo de probabilidades de ruina, la valuación de opciones y la ecuación de Black-Scholes.

Contenido

I. CADENAS DE MARKOV EN TIEMPO CONTINUO.

1. Definición.
2. Ejemplos. Proceso de Poisson; Procesos de Nacimiento y Muerte; Filas $M/M/1$ y $M/M/\infty$; Modelos de Inventarios,
3. Procesos de Riesgo.
4. Matrices de intensidad. Matrices Exponenciales. Cálculo de probabilidades. Clasificación de Estados. Explosividad.
5. Ecuaciones de Kolmogorov.
6. Tiempos de Llegada y Probabilidades de Absorción.
7. Distribuciones estacionarias y distribuciones límite.
8. Reversibilidad.
9. Simulación (prácticas en R o Python).

II. TEORÍA DE RENOVACIÓN.

1. Procesos de renovación.
2. Función de renovación y el Teorema elemental de la renovación.
3. Procesos de renovación con recompensa.
4. Estacionariedad.

III. MARTINGALAS.

1. Esperanza Condicional. Propiedades.
2. Filtraciones. Procesos adaptados. Procesos previsibles.
3. Definición. Martingalas, submartingalas y supermartingalas.
4. Tiempos de Paro. El teorema del paro opcional de Doob.
5. Teorema de Convergencia de Martingalas.
6. Aplicaciones. Caminatas aleatorias, difusiones, probabilidades de ruina.

IV. CÁLCULO ESTOCÁSTICO.

1. Preliminares: Movimiento Browniano, Esperanza Condicional, Filtraciones, Martingalas.
2. Integral de Riemann-Stieltjes e Integral de Itô.
3. Lema de Itô.
4. Procesos de Itô. Ecuaciones Diferenciales Estocásticas Lineales.
5. Ejemplos: Browniano Geométrico, Ornstein-Uhlenbeck, Vasicek y Cox-Ingersoll-Rubinstein.
6. Aplicaciones en Finanzas. Valuación de opciones y ecuación de Black-Scholes.
7. Proceso de Wiener Multivariado y el Lema de Itô Multidimensional.
8. Simulación. Esquemas de Euler-Maruyama y Milstein (prácticas en R o Python).

Actividades de aprendizaje bajo conducción de un académico

- Exposiciones de los temas y subtemas del curso.
- Realización de problemas prácticos de entendimiento y análisis.
- Simulaciones con ayuda de los paquetes R y Python.
- Presentación de proyectos por parte de los estudiantes.

Actividades de aprendizaje independientes

- Lectura de bibliografía del curso.
- Tareas individuales, que permitan reforzar los temas del curso mediante trabajo autónomo sobre los temas de cadenas de Markov, martingalas y cálculo estocástico.
- Simulaciones con ayuda de los paquetes R y Python en los temas de cadenas de Markov y cálculo estocástico.

Bibliografía sugerida

- Stirzaker, D. (2005). Stochastic Processes and Models. Oxford University Press.
- Mikosch, T. (2004). Elementary stochastic calculus with finance in view. World Scientific.
- Klebaner, F.M. (2005). Introduction to Stochastic Calculus with Applications. Imperial College Press.
- Oksendal, B. (2003). Stochastic Differential Equations. Springer.
- Williams, D. (1991). Probability with Martingales. Cambridge University Press.
- Bjork, T. (2009). Arbitrage Theory in Continuous Time. Oxford.
- Norris, J.R. (1997). Markov Chains. Cambridge University Press.
- Cinlar, E. (1975) Introduction to Stochastic Processes, Prentice-Hall.
- Feller, W. (1968) An Introduction to Probability Theory and its Applications. Wiley.
- Karlin S. y H. M. Taylor (1975). A First Course in Stochastic Processes. Academic Press.
- Parzen, E. (1962) Stochastic Processes. Holden Day.