



Procesos Estocásticos I

EST-14107

Objetivo

El estudiantado aprenderá los conceptos esenciales de los procesos estocásticos más comunes, como las cadenas de Markov en tiempo discreto, el proceso de Poisson y el movimiento Browniano. Aplicará correctamente la teoría utilizando procesos estocásticos para modelar problemas en diversas disciplinas, como la actuaría, las finanzas y la investigación de operaciones. Asimismo, realizará simulaciones utilizando los lenguajes de R y Python.

Contenido

- 1 Introducción a los Procesos Estocásticos.
 - 1.1 Definición de Proceso Estocástico.
 - 1.2 Espacio de Estados y Espacio de Parámetro. Ejemplos.
 - 1.3 Procesos de Markov. Ejemplos.
 - 1.4 Procesos con Incrementos Independientes. Ejemplos.
 - 1.5 Procesos estacionarios. Ejemplos.
 - 1.6 Martingalas. Ejemplos.
- 2 Cadenas de Markov en Tiempo Discreto.
 - 2.1 Definición y Ejemplos de Cadenas de Markov. Cadenas de Markov con dos Estados. Caminatas Aleatorias. Caminatas Aleatorias con Barreras. Procesos de Galton-Watson. Modelo de Cox-Ross y Rubinstein. Modelo de Colas.
 - 2.2 Probabilidades y Matrices de Transición.
 - 2.3 Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov (caso discreto).
 - 2.4 Probabilidades de Absorción y Tiempos de Llegada.
 - 2.5 Clases de estados irreducibles.
 - 2.6 Transitoriedad y Recurrencia.
 - 2.7 Medidas Invariantes y Distribuciones Estacionarias.
 - 2.8 Reversibilidad. Ecuaciones de Balance.
 - 2.9 Distribuciones Límite.
 - 2.10 Simulación. Introducción a los Algoritmos MCMC (prácticas en R o Python).
- 3 Procesos de Poisson.
 - 3.1 Definición. Propiedad Markoviana.
 - 3.2 Tiempos de interarribo y tiempos de llegada.
 - 3.3 Propiedad de las Estadísticas de Orden.
 - 3.4 Sobreposición y Descomposición de Procesos de Poisson.

3.5 Generalizaciones: Proceso Poisson Compuesto y Proceso Poisson no Homogéneo.

3.6 Simulación (prácticas en R o Python).

4 Movimiento Browniano.

4.1 Introducción y breve historia.

4.2 Definición. Distribuciones Finito-Dimensionales.

4.3 Características de las Trayectorias del Movimiento Browniano o Proceso de Wiener: Continuidad, no diferenciabilidad, autosimilaridad.

4.4 Teorema Funcional de Límite Central o Teorema de Donsker.

4.5 Browniano con Deriva y Browniano Geométrico. Modelo de Black-Scholes.

4.6 Probabilidades Condicionales y Puentes Brownianos.

4.7 Simulación (prácticas en R o Python).

Actividades de aprendizaje bajo conducción de un académico

- Exposiciones de los temas y subtemas del curso.
- Realización de problemas prácticos de entendimiento y análisis.
- Simulaciones con ayuda de los paquetes R y Python.

Actividades de aprendizaje independientes

- Lectura de bibliografía del curso.
- Tareas individuales sobre de cadenas de Markov, procesos de Poisson, movimiento browniano y sus aplicaciones, que permitan reforzar los temas mediante trabajo autónomo.
- Simulaciones de los diversos procesos estocásticos con los paquetes R Y Python.

Bibliografía sugerida

- Durrett, R. (2016) Essentials of Stochastic Processes.
- Ross, S.M. (2014). Introduction to Probability Models. Academic Press.
- Norris, J.R. (1997). Markov Chains. Cambridge University Press.
- M.E. Caballero, V. M. Rivero, G. Uribe Bravo, C. Velarde, Cadenas de Markov (2008), Un enfoque elemental, Sociedad Matemática Mexicana.
- Cinlar, E. (1975) Introduction to Stochastic Processes, Prentice-Hall.
- Rincón (2012). Introducción a los Procesos Estocásticos.
- Feller, W. (1968) An Introduction to Probability Theory and its Applications. Wiley.
- Hoel, P.S. Port., C. Stone. (1987) Introduction to Stochastic Processes. Waveland Press.
- Karlin S. y H. M. Taylor (1975). A First Course in Stochastic Processes. Academic Press.
- Parzen, E. (1962) Stochastic Processes. Holden Day.