



Estadística Matemática

EST-14103

Objetivo

El estudiantado conocerá y comprenderá los fundamentos y la naturaleza del proceso de inferencia estadística, aprenderá la importancia de la información muestral, la estimación puntual y por regiones, así como las pruebas de hipótesis y sus aplicaciones; asimismo, utilizará el paquete R para ilustrar las propiedades de los estimadores.

Contenido

1. Introducción a la inferencia estadística.
 - 1.1 Naturaleza de la Estadística. Población, muestra, variables, parámetros.
 - 1.2 Inferencia y muestras aleatorias. Inferencia paramétrica y no paramétrica. Enfoque frecuentista y Bayesiano.
 - 1.3 Función de verosimilitud y principio de verosimilitud.
2. Información muestral en el proceso de inferencia.
 - 2.1 Estadísticas. Definición. Casos: Estadísticas de orden, cuantiles y momentos muestrales.
 - 2.2 Distribuciones (de muestreo) de estadísticas. Caso normal (independencia entre media y varianza muestral), caso uniforme (distribución del máximo) y algunas otras familias paramétricas.
 - 2.3 Principio de suficiencia. Definición. Partición del espacio muestral. Teorema de factorización. Caso familia exponencial.
3. Estimación Puntual.
 - 3.1 Problema de estimación puntual.
 - 3.2 Métodos de estimación: Momentos, mínimos cuadrados, máxima verosimilitud (no solo por diferenciación; propiedad de invarianza).
 - 3.3 Propiedades de los estimadores. Suficiencia, insesgamiento, eficiencia, ECM, consistencia.
 - 3.4 Estimadores insesgados de mínima varianza. Teorema de Cramér y Rao (Información de Fisher uniparametral y caso normal biparametral). Teorema de Rao-Blackwell-Lehmann-Scheffé (Estadística completa y suficiencia minimal).
 - 3.5 Propiedades asintóticas de los estimadores.
4. Estimación por regiones.
 - 4.1 Problema de estimación por regiones. Caso uniparametral (intervalos).
 - 4.2 Intervalos aleatorios e intervalos de estimación (confianza).
 - 4.3 Métodos para encontrar intervalos de estimación. A partir de una estadística. A partir de una cantidad pivotal. Métodos aproximados.

4.4 Propiedades de los intervalos de estimación. Tamaño y cobertura.

4.5 Ejemplos uniparametrales: casos normal, Bernoulli y uniforme. Intervalos simultáneos: media y varianza caso normal, Bonferroni.

5. Prueba o contraste de Hipótesis.

5.1 Conceptos fundamentales. Hipótesis estadísticas (paramétricas, no paramétricas, simples y compuestas).

5.2 Hipótesis nula y alternativa (justificación metodológica). Procedimientos de prueba a partir de información muestral (regiones de rechazo). Tipos y probabilidades de errores. Nivel de significancia y función potencia. Relación entre probabilidades de error, tamaño de muestra y valor crítico.

5.3 Métodos para encontrar procedimientos de prueba. Cociente de verosimilitudes simple, Teorema de Neyman-Pearson. Cociente de verosimilitudes generalizado. Distribución asintótica. Dualidad entre Intervalos de confianza y pruebas de hipótesis.

5.4 Definición e interpretación del nivel de significancia descriptivo (alcanzado o valor p).

5.5 Ejemplos de pruebas de hipótesis en una o más poblaciones normales, casos Bernoulli, Poisson, uniforme y multinomial

5.6 Pruebas de bondad de ajuste. Prueba Ji-cuadrada.

Actividades de aprendizaje bajo conducción de un académico

- Exposiciones de los temas y subtemas del curso.
- Realización de problemas prácticos de entendimiento y análisis.
- Simulaciones con ayuda del paquete R.
- Presentación de proyectos por parte de los estudiantes.

Actividades de aprendizaje independientes

- Lectura de bibliografía del curso.
- Tareas individuales sobre los temas de muestreo, estimación puntual y por regiones y pruebas de hipótesis, así como problemas de aplicación, que permitan reforzar los temas del curso mediante trabajo autónomo.
- Simulaciones con el paquete R.
- Elaboración de un proyecto grupal.

Bibliografía sugerida

- Mood, A.M., Graybill, F.A., and Boes, D.C. (1974). Introduction to the Theory of Statistics. New York: McGraw-Hill.
- Rice, J.A. (1995). Mathematical Statistics and Data Analysis. California: Duxbury Press.
- Cox, D.R. (1997). The Current Position of Statistics: A Personal View. International Statistical Review 65, 261-276.
- Lindley, D.V. (2000). The Philosophy of Statistics. The Statistician 49, 293-337.
- Casella, G. & Berger, R.L. (2002). Statistical Inference. California: Duxbury Press.
- DeGroot M.H. (1988). Probabilidad y Estadística. Delaware: Addison-Wesley.
- Hogg, R.V., Craig, A. & McKean, J.W. (2004). Introduction to Mathematical Statistics. New Jersey: Prentice Hall.