



Probabilidad

EST-11101

Objetivo

El estudiantado conocerá el concepto de eventos aleatorios y las aplicaciones de la probabilidad en diferentes disciplinas. Entenderá y aplicará correctamente las reglas del cálculo de probabilidades de eventos, el concepto de variable aleatoria y sus transformaciones. Generalizará los conceptos y herramientas estudiadas para una variable aleatoria a un conjunto de variables. Conocerá, identificará y aplicará apropiadamente las distribuciones univariadas y multivariadas más comunes. Utilizará el paquete R para visualizar las características de las variables aleatorias y resolver ejercicios de probabilidad.

Contenido

1. Fundamentos de Probabilidad.
 1. Espacio muestral y eventos, espacios muestrales discretos y continuos.
 2. Concepto de probabilidad. Enfoque clásico y frecuentista.
 3. Espacios muestrales con resultados equiprobables y no equiprobables. Muestreo aleatorio con reemplazo y sin reemplazo.
 4. Probabilidad condicional. Independencia, regla de la multiplicación. Ley de probabilidad total.
 5. Teorema de Bayes.
 6. Simulación de experimentos aleatorios, aplicación e implementación de rutinas para el cálculo de probabilidades de eventos con la ayuda del paquete R.
2. Variables aleatorias.
 1. Definición y propiedades de variables aleatorias discretas y absolutamente continuas.
 2. Función de densidad y de distribución. Propiedades.
 3. Características numéricas de una variable aleatoria.
 - 3.1. Moda, mediana, cuantiles.
 - 3.2. Momentos de una variable aleatoria.
 - 3.3. Propiedades del valor esperado y varianza.
 - 3.4. Definición de coeficiente de asimetría y curtosis.
 - 3.5. Desigualdad de Tchevysheff y de Jensen.
 4. Función generadora de momentos.
 5. Distribución de una función de una variable aleatoria.
 - 5.1. Teorema de Cambio de Variable.
 - 5.2. Aplicación del Teorema de Cambio de Variable en la simulación de variables aleatorias.

6. Simulación de variables aleatorias mediante el método de inversión y aceptación rechazo. Aplicación e implementación de rutinas para ilustrar las características numéricas de una variable aleatoria. Ilustración del Teorema de Cambio de Variable, mediante la aplicación de transformaciones a variables aleatorias generadas, con la ayuda del paquete R.

3. Distribuciones importantes.

1. Distribuciones discretas: uniforme, binomial, hipergeométrica, binomial negativa, poisson.
2. Distribuciones continuas: uniforme, Gamma (como casos particulares exponencial, ji cuadrada), normal.
3. Las distribuciones. Ilustrar la aproximación en distribución: de la Poisson por la Binomial, de la Binomial por la Hipergeométrica, Exponencial por la Geométrica, uniforme continua por la uniforme discreta, entre otras, con la ayuda del paquete R.

4. Distribuciones multivariadas.

1. Función de densidad conjunta.
2. Función de densidad marginal y función de densidad condicional.
3. Variables aleatorias independientes.
4. Valor esperado de una función de variables aleatorias (en particular funciones lineales y cuadráticas). Varianza de funciones lineales.
5. Esperanza y varianza condicional.
6. Momentos conjuntos de dos variables aleatorias: covarianza, coeficiente de correlación y propiedades.
7. Función generadora de momentos conjunta.
 - 7.1. Definición y propiedades.
 - 7.2. Función generadora de una suma de variables aleatorias independientes.
8. Distribución de una función de variables aleatorias mediante el método de transformación.
9. Estadísticos de orden.
10. Graficar distribuciones bivariadas con correlación positiva y negativa, con la ayuda del paquete R.

5. Distribución normal multivariada.

1. Función de densidad conjunta, funciones de densidad marginales y condicionales.
2. Parametrización: Vector de valores esperados y matriz de varianzas-covarianzas (matriz de correlación).
3. Función generadora de momentos.
4. Independencia de variables aleatorias con distribución normal multivariada.
5. Transformaciones lineales de variables aleatorias cuya distribución conjunta es normal multivariada.
6. Generación de muestras con distribución normal multivariada. Implementar y aplicar rutinas para el cálculo de covarianza y correlación, con ayuda del paquete R.

Actividades de aprendizaje bajo conducción de un académico

- Exposiciones de los temas y subtemas del curso.
- Realización de problemas prácticos de entendimiento y análisis.

- Simulaciones con ayuda del paquete R.
- Presentación de proyectos por parte de los estudiantes.

Actividades de aprendizaje independientes

- Lectura de bibliografía del curso.
- Elaboración de un cuadro resumen de las funciones, conceptos y propiedades al considerar dos o más variables aleatorias.
- Tareas individuales sobre los temas de vectores y variables aleatorias, modelos multivariados y sus aplicaciones, la ley de los grandes números y el teorema del límite central que permitan reforzar los temas del curso mediante trabajo autónomo.
- Simulaciones con el paquete R.
- Elaboración de un proyecto grupal.

Bibliografía sugerida

- Blitzstein, J. et al. (2019). Introduction to Probability (Second Edition). Boca Taton: CRC Press.
- Wackerly, D.D., Mendenhall, W., and Scheaffer, R.L. (2008), Mathematical Statistics with Applications 7th edition. Duxbury, Thomson, Brooks/Cole.
- Wackerly, D.D., Mendenhall, W., and Scheaffer, R.L. (2010), Estadística Matemática con Aplicaciones. Séptima edición. CENGAGE Learning.
- Pitman, J. (1993), Probability. Springer. 6a. Ed.
- Canavos, G.C. (1987), Probabilidad y Estadística, McGraw Hill.
- Mittelhammer (2013), Mathematical Statistics for Economics and Business, Segunda Edición. Springer.
- Ross, S. (2014), A First Course en Probability. Novena Edición. Pearson.
- Greene, W.H. (2000); Econometric Analysis, Prentice may.
- Freund, J.E., Miller, I. y Miller, M. (2000), Estadística Matemática con Aplicaciones, Sexta Edición Prentice Hall.