Construcción de escenarios para series de tiempo múltiples, que tienen en cuenta los efectos de una intervención esperada

Víctor M. Guerrero, Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM)
Eliud Silva, Universidad Anáhuac del Norte
Nicolás Gómez, Banco de México

Año Internacional de la Estadística 2013
Aplicaciones del Análisis Estadístico de Series de Tiempo, 30 de Agosto de 2013
Departamento de Estadística - ITAM

Contenido

1. Introducción
2. Metodología
3. VAR con efectos de intervención
4. Pronósticos restringidos de un VAR con efectos de intervención
5. Ilustración empírica
6. Conclusiones
7. Bibliografía

1. Introducción

- Al realizar análisis de series de tiempo, es común encontrar efectos derivados de intervenciones.

- Si se espera que tales efectos ocurran durante el periodo de pronóstico, lo más apropiado sería tenerlos en cuenta para generar pronósticos que los incorpore.

- En México, para el año en que fue terminado este trabajo (2011), se esperaban intervenciones en el sistema económico, debido a las reformas estructurales planteadas por el gobierno.

- En esta propuesta se considera el pronóstico de un conjunto de variables macroeconómicas, con un modelo para series múltiples, cuando se esperan efectos de intervenciones en el futuro cercano.

- Caso univariado
  - Guerrero (1991) $\longrightarrow$ pronóstico restringido de series de tiempo univariadas, con cambio en la estructura de un modelo ARIMA durante el horizonte de pronóstico.

- Caso multivariado
  - Doan *et al*. (1984), Green *et al*. (1986), Van der Knopp (1987) y Pankratz (1989) $\longrightarrow$ pronóstico restringido de series múltiples, con modelos VARMA.
  - Guerrero *et al*. (2008) $\longrightarrow$ extensión al caso de modelos de Corrección de Error (VEC).
  - Presente trabajo $\longrightarrow$ escenarios con restricciones asociadas a efectos de intervenciones en el horizonte de pronóstico, como en Guerrero (1991), pero en modelos VEC.

2. Metodología

- Sea $\mathbf{y}_t = (y_{1t},\ldots,y_{kt})'$ un vector (k×1) de series, con t = 1, ..., T, que se puede representar como un modelo válido VAR(p),

$$\Pi(B)\mathbf{y}_t = \Lambda\boldsymbol{\delta}_t + \varepsilon_t$$

donde:

$\Pi(B) = \mathrm{I} - \Pi_1 B - \ldots - \Pi_p B^p$ es una matriz polinomial (k×k) de retrasos,

$\boldsymbol{\delta}_t = (\delta_{1t},\ldots,\delta_{nt})'$ es un vector de variables exógenas, que incluye la constante y variables artificiales para estacionalidad o efectos de intervenciones,

Λ es una matriz (k×n) de parámetros,

$\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1t},\ldots,\varepsilon_{kt})'$ es un vector de errores *i.i.d.*, con distribución $N(\mathbf{0},\Sigma_\varepsilon)$.

- A partir del modelo VAR, se puede obtener el modelo VEC, donde se pueden apreciar efectos de corto y de largo plazo

$$\Pi^*(B)\nabla \mathbf{y}_t = \Lambda \boldsymbol{\delta}_t + \gamma\, \mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

- Los elementos de $\{\mathbf{y}_t\}$ son, a lo más, I(1) y

$$\mathbf{z}_{t-1} = \beta\, \mathbf{y}_{t-1}$$

es una variable estacionaria.

- γ y β son matrices, y los renglones de β son los vectores de cointegración del sistema.

- En este trabajo el modelo VEC se usa para capturar las regularidades empíricas, sin pretender asociarlo con alguna teoría económica.

- Los modelos VAR y VEC son equivalentes, ya que capturan la misma información.

- La estimación de parámetros debe realizarse en la forma VEC, para evitar el sesgo por variables omitidas.

- Para realizar pronósticos, lo adecuado es usar la representación VAR. En breve, se hace la estimación con el modelo VEC y el pronóstico con el modelo VAR.

- Para deducir el pronóstico se define el vector que contiene la información histórica

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{y}'_1, \ldots, \mathbf{y}'_T)'$$

así como el vector que contiene los H valores que se desea pronosticar para cada serie

$$\mathbf{Y}_F = (\mathbf{y}'_{T+1}, \ldots, \mathbf{y}'_{T+H})'$$

- Se puede demostrar que el pronóstico lineal óptimo, con Error Cuadrático Medio (ECM) mínimo, es la esperanza condicional.

3. VAR con efectos de intervención

- Ante el supuesto de la presencia de efectos futuros de intervenciones, la serie se vuelve inobservable y los pronósticos que no tienen en cuenta tales efectos son inútiles.

- Para incorporar los efectos de intervenciones se considera el modelo

$$\tilde{\mathbf{y}}_t = \mathbf{y}_t + \mathbf{f}(t)$$

donde $\mathbf{f}(t)$ es un vector de perturbaciones atribuibles a la intervención, que pueden ser de tipo determinístico o estocástico.

- Algunas posibilidades que se han considerado previamente en la literatura sobre el tema son las siguientes.

- Efectos determinísticos

Aunque existen diversos modelos para la perturbación (*outlier innovativo*, *outlier aditivo*, *cambio temporal*, etcétera), se consideran apropiados sólo los siguientes dos, que producen efectos permanentes.

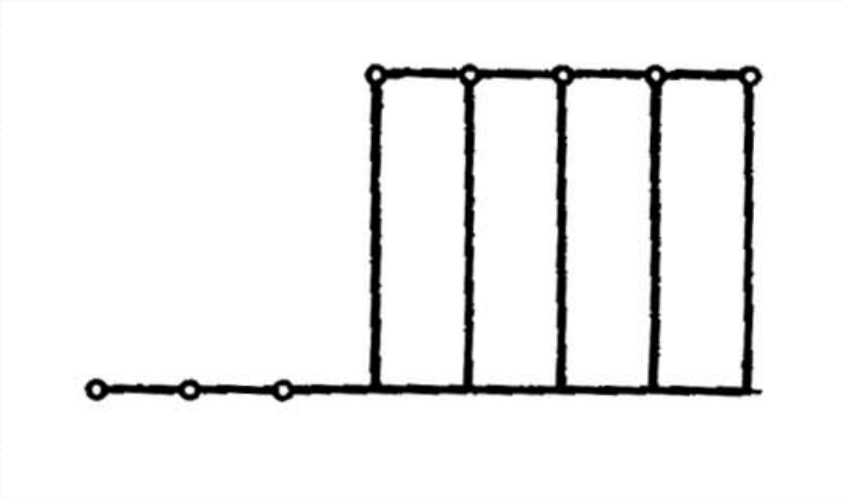
- *Cambio de nivel*: se presenta si

$$\nabla \alpha(B) = I$$

de manera que la serie observada se representa como

$$\nabla \tilde{\mathbf{y}}_t = \boldsymbol{\omega} \xi_t^{(T+h)} + \nabla \Psi(B)(\Lambda \boldsymbol{\delta}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t).$$

Hay un cambio en el nivel, de tamaño $\boldsymbol{\omega}$, en $t = T+h$, que se mantiene de ahí en adelante.



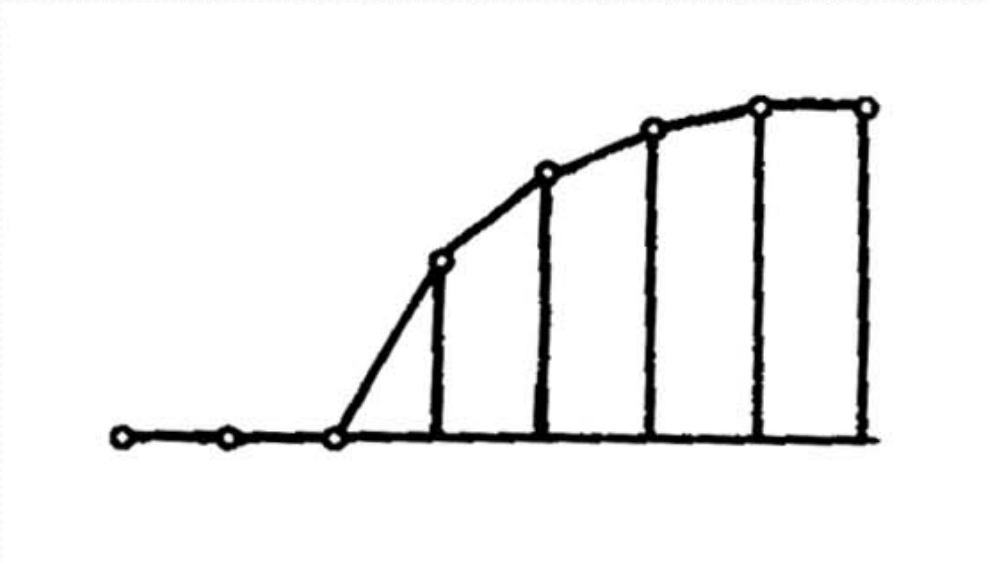
- *Cambio gradual:* ocurre cuando

$$\nabla\alpha(B) = (1-\rho B)^{-1} I \text{ con } 0 < \rho < 1$$

y produce el modelo

$$\nabla\tilde{\mathbf{y}}_t = (1-\rho B)^{-1}\boldsymbol{\omega}\xi_t^{(T+h)} + \nabla\Psi(B)(\Lambda\boldsymbol{\delta}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t).$$

Esto indica que el efecto inicial es $\boldsymbol{\omega}$ y crece hasta alcanzar el valor $(1-\rho)^{-1}\boldsymbol{\omega}$.



- Efectos estocásticos

  - Se supone un efecto estocástico (un cambio en varianza) que se verá a partir de $t=T+h$, donde el vector de perturbaciones está dado por

$$\mathbf{f}(t) = \alpha(B)\boldsymbol{\varsigma}_t S_t^{(T+h)}$$

con $\{\boldsymbol{\varsigma}_t\}$ una sucesión de vectores aleatorios $N(\mathbf{0},\Sigma_\varsigma)$ no-correlacionados con $\{\boldsymbol{\varepsilon}_t\}$, además $S_t^{(T+h)}$ es una variable escalón que toma el valor 1 para $t \geq T+h$.

  - Se considera un *cambio innovativo* en varianza, que incluye la dinámica del modelo VAR sobre todas las variables.

- Pronósticos

  - Si hay efecto determinístico, la representación para el horizonte de pronóstico es

$$\mathbf{Y}_{F,D} = \mathbf{Y}_F + \mathbf{D}_F$$

donde $\mathbf{Y}_F = (\tilde{\mathbf{y}}'_{T+1},\ldots,\tilde{\mathbf{y}}'_{T+H})'$ contiene los valores futuros de la serie de tiempo múltiple y $\mathbf{D}_F = (\mathbf{d}'_{T+1},\ldots,\mathbf{d}'_{T+H})'$ contiene los efectos determinísticos.

  - La expresión que incorpora efectos estocásticos es

$$\mathbf{Y}_{F,V} = \mathbf{Y}_F + \mathbf{V}_F$$

donde el vector $\mathbf{V}_F = (\mathbf{v}'_{T+1},\ldots,\mathbf{v}'_{T+H})'$ contiene los efectos estocásticos.

4. Pronósticos restringidos de un VAR con efectos de intervención

- Se desea obtener pronósticos que incorporen información adicional (escenarios) sobre los valores futuros de las series, en forma de restricciones lineales

$$\mathbf{R} = C\mathbf{Y}_{F,D,V}$$

- C es una matriz de constantes,

$$C = \begin{pmatrix} C_{1,1} & \cdots & C_{1,k} & \cdots & C_{1,k(H-1)+1} & \cdots & C_{1,kH} \\ & & & \cdots & & & \\ C_{M,1} & \cdots & C_{M,k} & \cdots & C_{M,k(H-1)+1} & \cdots & C_{M,kH} \end{pmatrix}$$

sus primeras k columnas se asocian con $\mathbf{y}_{T+1}$ y las últimas k columnas con $\mathbf{y}_{T+H}$.

- **R** es un vector de *M* valores de las combinaciones lineales, que deben ser linealmente independientes y proporcionar los efectos esperados para las variables del sistema.

- Los pronósticos restringidos de un proceso VAR con efectos de intervención en el horizonte de pronóstico, se obtienen mediante un resultado de Catlin (1989) conocido como "Static Updating Theorem", o sea

$$\hat{\mathbf{Y}}_{F,D,V} = E(\mathbf{Y}_{F,D,V} \mid \mathbf{Y}) + A[\mathbf{R} - CE(\mathbf{Y}_{F,D,V} \mid \mathbf{Y})]$$

con

$$A = \Sigma_{F,D,V} C' (C \Sigma_{F,D,V} C')^{-1}$$

5. Ilustración empírica

- Desde hace varios años, en México se ha mencionado la necesidad de hacer reformas económicas (energética, fiscal, financiera, etc.) que se espera generen mayor crecimiento económico. De hecho, actualmente en los medios masivos de comunicación se habla del tema.

- Se considera un modelo VAR trimestral, para 5 variables macroeconómicas que deben cumplir con restricciones lineales, derivadas de escenarios propuestos para 2012, 2013 y 2014.

- Con fines ilustrativos, se trata de algunas variables macroeconómicas de importancia, desde luego no son las únicas; se enfatiza en Indice de Precios al Consumidor y en el Producto Interno Bruto.

- Las variables en estudio para el periodo 1996:I - 2010:IV, son (la L al inicio indica que está expresada en logaritmos):

  1. Indice de Precios al Consumidor (LCPI),
  2. Producto Interno Bruto (LGDP),
  3. Demanda Monetaria Deflactada (LMONB),
  4. Déficit en Balanza Comercial (TRDB),
  5. Tasa de Desempleo (LUNMP).

- Se utilizan los softwares Eviews versión 5 (estimaciones tradicionales) y Matlab versión 7 (desarrollo de la metodología propuesta).

- Para decidir el orden de integración se usó la prueba de Dickey-Fuller aumentada (ADF) con el modelo

$$\nabla z_t = a + b_0 t + \sum_{i=1}^{4} b_i \delta_{it} + c_0 z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} c_j \nabla z_{t-j} + \varepsilon_t .$$

- El cuadro que sigue muestra el número de retrasos *p* y los estadísticos para probar la hipótesis nula $c_o = o$, en los casos de *nc* = sin constante, *c* = constante y *ct* = constante y tendencia.

	H_0: $I(1)$		H_0: $I(2)$		
Variable	p	τ_{ct}	p	τ_{nc}	τ_c
LCPI	0	-8.36**	2	-2.78*	-
LGDP	0	-2.61	0	-	-8.15**
LMONB	2	-4.07**	0	-	-8.59**
TRDB	2	-2.68	1	-8.89**	-
LUNMP	0	-2.55	0	-6.54**	-

- El valor de *p* se eligió de manera que se garantice la no-autocorrelación del error.

- Como resultado, se decidió que todas las variables son *I(1)*.

- Se encontró que el sistema es del tipo *CI(1,1)* con un modelo integrado VAR(2) estadísticamente adecuado para las variables en niveles. Se tomaron en cuenta efectos de la crisis de 2008.

- Se procedió entonces a estimar el modelo VEC

$$\nabla \mathbf{y}_t = \Lambda \mathbf{D}_t + \gamma\beta' \mathbf{y}_{t-1} + \Pi_1^* \nabla \mathbf{y}_{t-1} + \Pi_2^* \nabla \mathbf{y}_{t-2} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

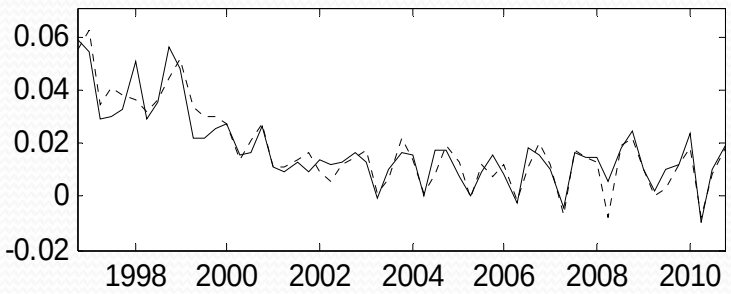
que resultó apropiado en términos estadísticos y produjo los siguientes valores de R^2 ajustada por grados de libertad: 0.727, 0.943, 0.905, 0.660 y 0.839, para DLCPI, DLGDP, DLMONB, DTRDB y DLUNMP, respectivamente.

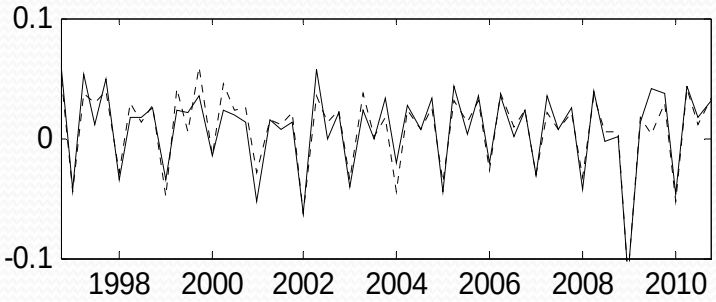
- Los resultados de las pruebas de Johansen, para determinar el número de relaciones de cointegración.

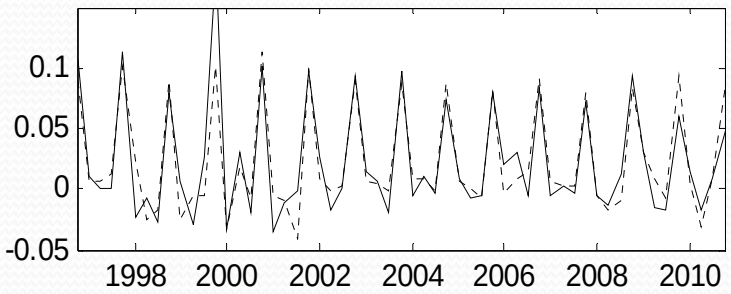
Nula	Estadístico de Traza	Crit 90%	Crit 95%	Estadístico Eigenvalor	Crit 90%	Crit 95%
$r \leq 0$	84.41**	65.82	69.82	32.09*	31.24	33.88
$r \leq 1$	52.32*	44.49	47.86	23.94	25.12	27.59
$r \leq 2$	28.38	27.07	29.80	15.28	18.89	21.13
$r \leq 3$	13.10	13.43	15.49	10.71	12.30	14.26
$r < 4$	2.39	2.71	3.84	2.39	2.71	3.84

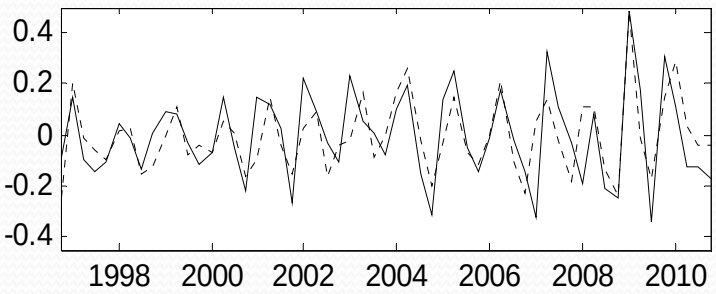
- Al nivel de significancia del 10%, podría haber dos relaciones de cointegración y sólo una al nivel del 5%. Por sencillez, se decidió trabajar con una sola relación (sin buscar una interpretación para ella) y su gráfica mostró un patrón estacionario, como era de esperarse.

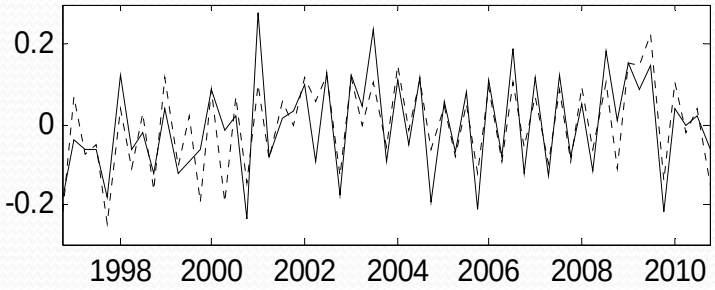
- Las gráficas de los valores observados y estimados con el modelo son como sigue: DLCPI, DLGDP, DLMONB, DTRDB y DLUNMP.











- Para este caso se tiene que

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \mathrm{LCPI}_{2010:4} + \ln(1.0378) \\ \mathrm{LGDP}_{2010:4} + \ln(1.043) \\ \ln(1.04) \\ \ln(1.03) \\ \ln(1.025) \\ \ln(1.08) \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{e}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{e}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{e_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e_1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{e}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{e}_2 \end{pmatrix}$$

donde la primer y quinta restricciones corresponden a la DLCPI y el resto al DLGDP.

- Las restricciones cubren 16 trimestres para llegar a 2014:IV.

- Se consideraron los siguientes valores para construir el escenario*: en 2011, 3.78% de inflación y 4.3% para el crecimiento del PIB (expresados como tasas anuales). Esto equivale a decir que

$$LCPI_{2011:4} = LCPI_{2010:4} + \ln(1.0378)$$

y

$$LGDP_{2011:4} = LGDP_{2010:4} + \ln(1.043).$$

- Adicionalmente se propuso que el crecimiento del PIB fuese 4.0% en 2012 y 3.0% en 2013. (NOTA: Los valores registrados para el crecimiento del PIB son 3.88% en 2011 y 3.95% en 2012, e inflación de 3.82% en 2011)

- Si una reforma económica ocurre en 2013, se plantea que en 2014 la inflación se reduzca a 2.5% y el crecimiento del PIB alcance el 8%. ¿Es esta última meta exagerada?....

El especialista en economía y miembro de la Academia Mexicana de Ciencias, dijo que sería deseable que México creciera a tasas semejantes a las que hubo entre 1978 y 1981, cuando los porcentajes más altos llegaron a ser el 7% y el 11%, pero sin romper los equilibrios básicos. A la fecha aún no se tienen todas las condiciones ni la infraestructura para lograrlo de nuevo; de hecho, el límite de crecimiento actual se encuentra entre el 3.5% y el 4%, pues un porcentaje mayor tendría repercusiones negativas, como desequilibrio en la cuenta corriente o inflación, aseguró.

¿Qué se necesita para rebasar ese porcentaje? De acuerdo con el experto, la economía mexicana mejoraría, de entrada, si se redujera el nivel de inseguridad y de violencia en el país. Aseguró que ambas restan entre un punto y un punto y medio a su capacidad de crecimiento al provocar el cierre de negocios, realización de pagos de seguros, blindajes, guardias, hospitalizaciones y funerarias, así como que se detenga la producción y distribución de muchos bienes a lo largo del territorio; también impactan negativamente en la atracción del turismo, dijo.

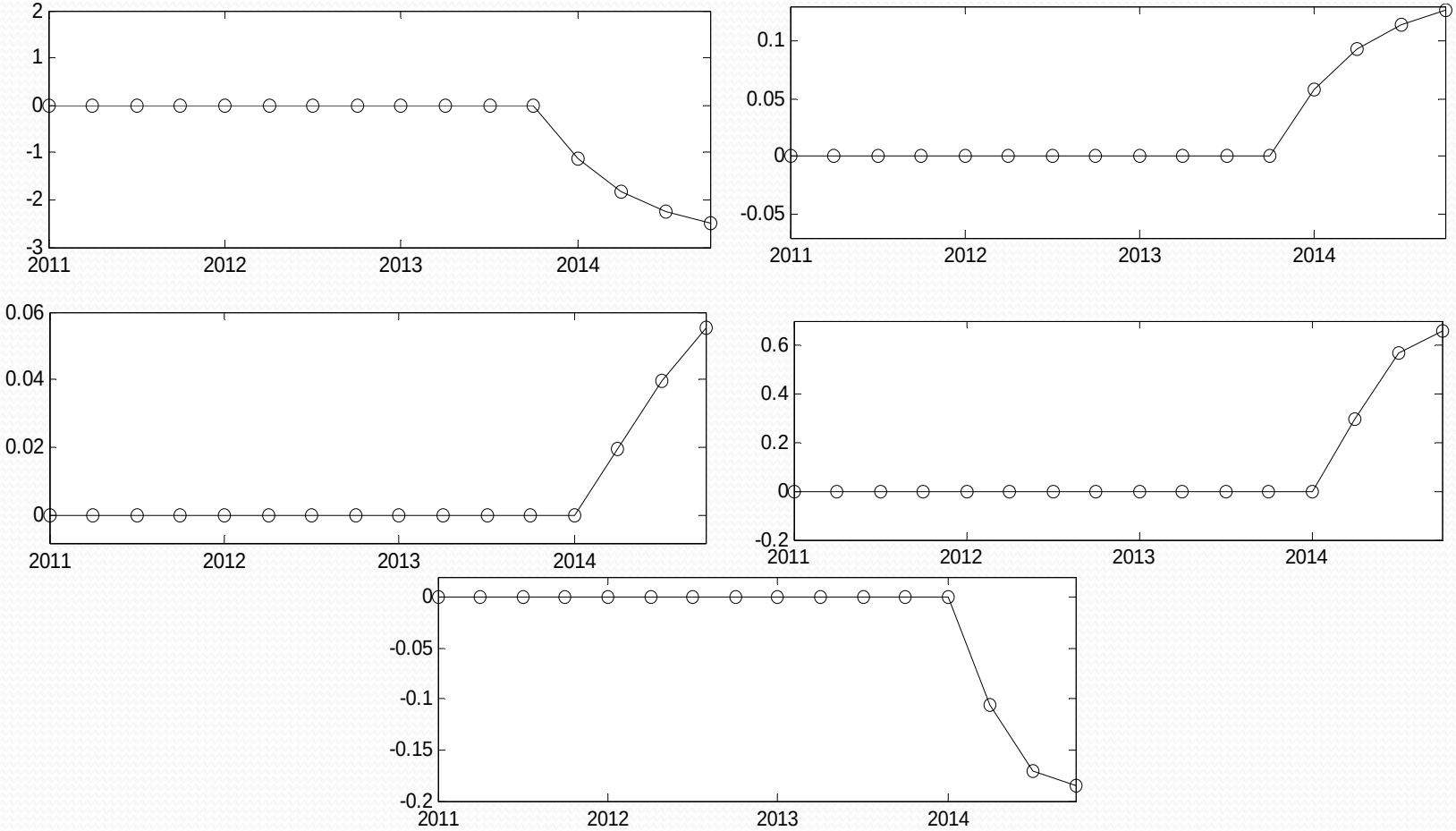
El especialista señaló que si las reformas estructurales avanzan y se logra controlar la criminalidad organizada, el crecimiento de nuestra economía hacia el año 2014-2015 podría alcanzar del 4.5 al 5% y para final de sexenio hasta el 5.5 %.

"Un crecimiento económico suficiente será aquel que logre reducir de manera importante la informalidad y la pobreza".

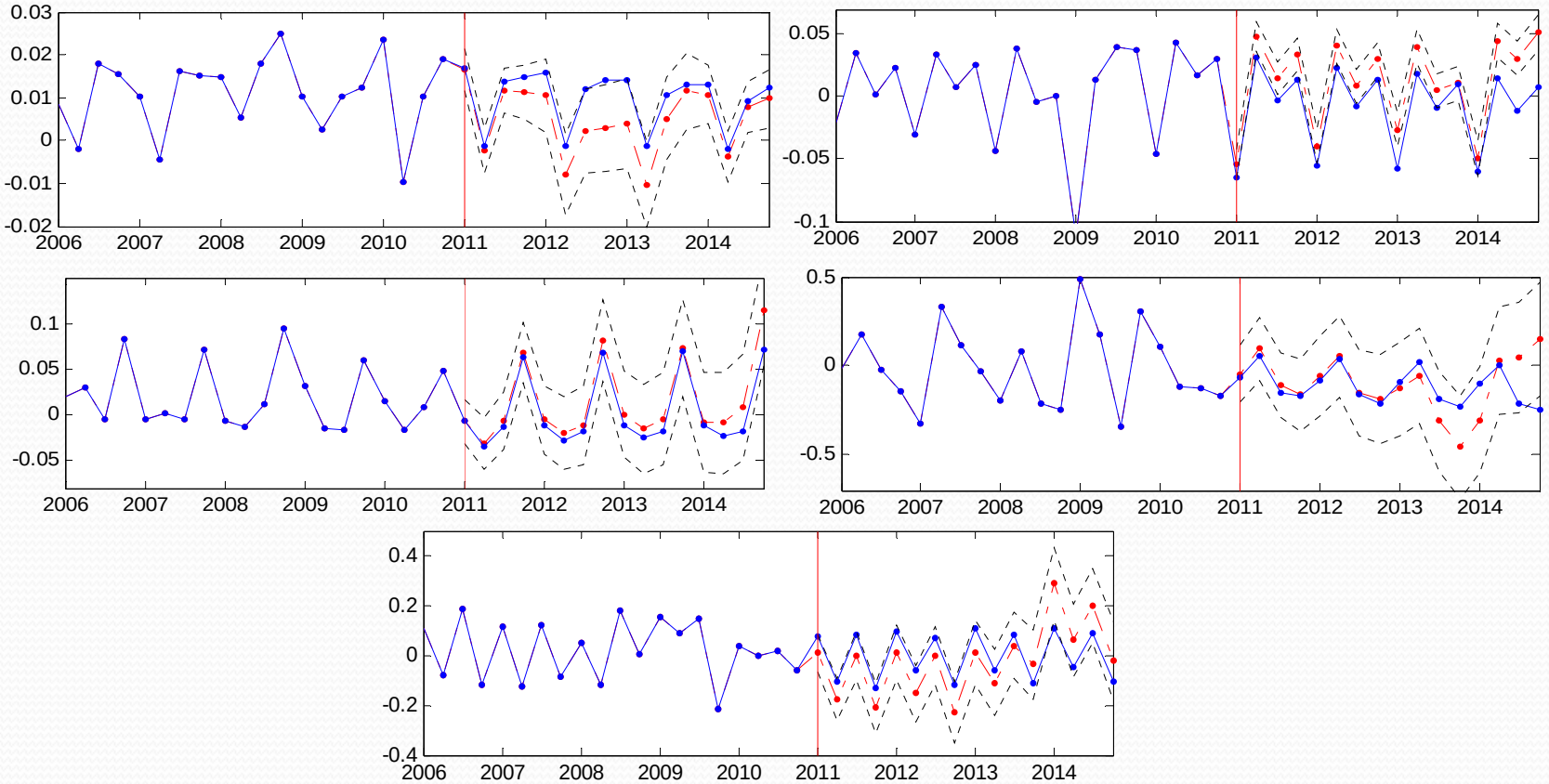
El doctor Eduardo Loría Díaz de Guzmán, investigador de la Facultad de Economía de la UNAM y miembro de la AMC. Foto: UNAM.

Lora Díaz, E. (2013) Estabilidad macroeconómica, necesaria pero no suficiente. *Boletín informativo de la Académia Méxicana de Ciencias*, número 12, Agosto, pag. 7.

- **Escenario 1: Cambio determinístico gradual**
- Se supone que la reforma afectará directamente a DLCPI y DLGDP, y sus efectos se transmitirán a las otras variables mediante un cambio gradual de la dinámica del sistema (DLCPI, DLGDP, DLMONB, DTRDB y DLUNMP)



- Pronósticos restringidos e irrestrictos, con intervalos de predicción del 80%.



- DLCPI: pronósticos restringidos (en rojo) son distintos de irrestrictos (en azul) en 2012 y 2013, pero coinciden en 2014.
- DLGDP: trayectorias de pronósticos diferentes en 2014.

- **Escenario 2: Cambio innovativo en varianza**
- Se supone que la reforma afectará en forma estocástica, contaminando la varianza del modelo.

- La contaminación se efectúa directamente sobre DLCPI y DLGDP, y su efecto se transmite a las otras variables por la dinámica del sistema. Con ello se potencia la incertidumbre tal que se cumplan con las restricciones impuestas.
- La matriz contaminante es de la forma

$$\Sigma_{\varsigma} = a\mathrm{Q} \quad \text{con} \quad a>0 \quad \text{y} \quad \mathrm{Q} = \mathrm{diag}(r_1^2, r_2^2, 0, 0, 0)$$

- El problema radica en decidir el valor de *a*. Se define un vector de distancia entre la restricción y el correspondiente pronóstico irrestricto, que cumple con $\boldsymbol{\eta} \sim N(\mathbf{0}, \Omega(a))$

- La matriz de varianza-covarianza involucrada es de la forma

$$\Omega(a) = C_2 \Psi[(I \otimes \Sigma_\varepsilon) + a(\widetilde{I} \otimes \mathrm{Q})]\Psi' C'_2$$

y permite obtener el estadístico de compatibilidad

$$\mathrm{K}(a) \equiv \boldsymbol{\eta}' \Omega^{-1}(a) \boldsymbol{\eta} \sim \chi^2_{M_2}$$

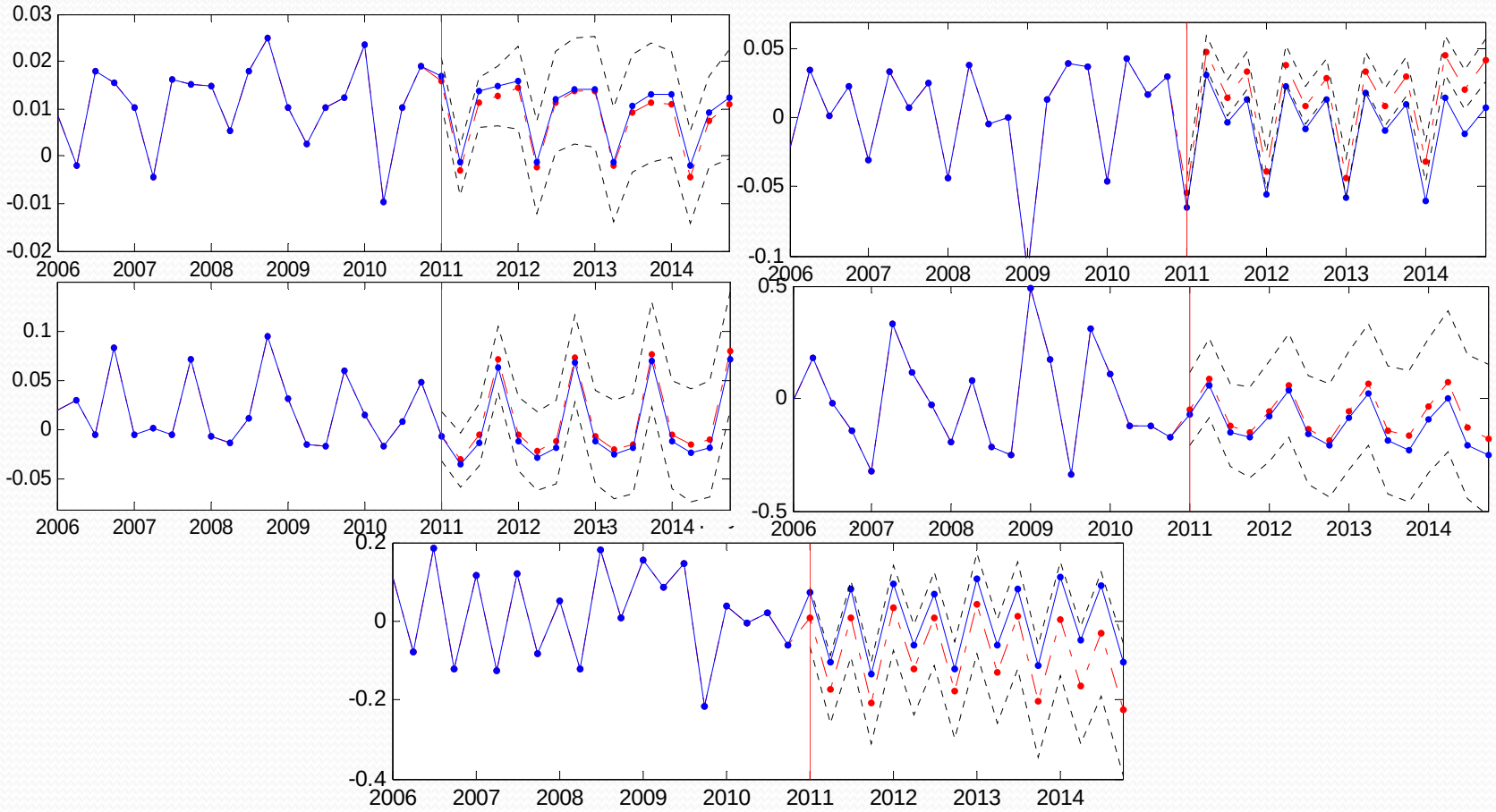
- Se dice que $\boldsymbol{\eta}$ se encuentra en la región de compatibilidad, al nivel de significancia α, si

$$\mathrm{K}(a) \leq \chi^2_{M_2}(\alpha)$$

- Para un $\boldsymbol{\eta}$ dado, el estadístico decrece conforme *a* crece, por lo que se debe elegir un valor grande para lograr compatibilidad, pero sin perder de vista que se producirá mayor incertidumbre en los pronósticos.

- En este caso se decidió usar $a = 0.015$, con $\alpha < 0.01$.

- Pronósticos irrestrictos y restringidos con cambio de varianza, con intervalos de predicción del 80%.



- Los intervalos son más amplios que en el caso anterior.
- La trayectoria de DLUNMP es más razonable que antes.

6. Conclusiones

- La metodología permite incorporar el efecto esperado de una intervención sobre una serie de tiempo múltiple, durante el horizonte de pronóstico.

- Se captura el efecto de la intervención mediante restricciones lineales sobre los pronósticos del vector de series.

- Una vez construido un modelo VAR o VEC, se debe optar por una de dos alternativas para el efecto de la intervención: cambio determinístico o cambio estocástico.

- Las fórmulas para calcular los pronósticos restringidos surgen de un resultado previamente establecido y con solidez estadística, el Teorema de Catlin.

- El ejemplo usado es un caso real y de actualidad, que corresponde a la macroeconomía mexicana.

- El modelo es un VEC para 5 variables, dentro de las cuales se encuentran la inflación y el crecimiento del PIB, que son comúnmente monitoreadas en detalle por los analistas económicos.

- El escenario planteado surge de la idea de que (algunas de) las reformas estructurales propuestas por el gobierno serán aprobadas por el Congreso de la República en 2013 y tendrán efectos sobre el sistema económico en el año 2014.

- Los resultados obtenidos permiten concluir que, en este caso, es más razonable el uso del enfoque estocástico sobre el determinístico, aunque en ambos casos se alcancen las restricciones planteadas.

- Este tipo de metodología se podría aplicar al ámbito demográfico, donde ante intervenciones esperadas, por ejemplo, una caída drástica en los flujos de remesas internacionales, se pueda analizar lo tocante a otras variables macroeconómicas y demográficas en el país.

- Este trabajo se encuentra en proceso de publicación en el *Journal of Forecasting* de 2013.

Bibliografía

- Box GEP and Tiao GC. 1975. Intervention analysis with applications to environmental and economic problems. Journal of the American Statistical Association 70: 70–79.
- Catlin DE. 1989. Estimation, Control, and the Discrete Kalman Filter. Springer: New York.
- Davidson R and MacKinnon JG. 1993. Estimation and Inference in Econometrics. Oxford University Press: Oxford.
- Doan T, Litterman R, Sims Ch. 1984. Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions. Econometric Reviews 3: 1–100.
- Greene MN, Howrey EP, Hymans SW. 1986. The use of outside information in econometric forecasting. In Model Reliability, Kuh E,
- Belsley DA (eds) MIT Press: Cambridge, MA; 90–116.
- GuerreroVM. 1991. ARIMA forecast with restrictions derived from a structural change. International Journal of Forecasting 7: 339–347.
- Guerrero VM, Pena B, Senra E, Alegría A. 2008. Restricted forecasting with a VEC model: validating the feasibility of economic targets. ESTADISTICA 60: 83–98.

Bibliografía

- Magnus JR and Neudecker H. 2002. Matrix Differential Calculus. Wiley: New York.
- Pandher GS. 2002. Forecasting multivariate time series with linear restrictions using constrained structural state-space models. Journal of Forecasting 21: 281–300.
- Pankratz AE. 1989. Time series forecasts and extra-model information. Journal of Forecasting 8: 75–83.
- Tsay RS. 1988. Outliers, level shifts, and variance changes in time series. Journal of Forecasting 7: 1–20. Q4
- Tsay RS, Peña D and Pankratz AE. 2000. Outliers in multivariate time series. Biometrika 87: 789–804.
- Van der Knoop HS. 1987. Conditional forecasting with a multivariate time series model. Economics Letters 22: 233–236.
- Wei WWS. 1990. Time Series Analysis. Addison-Wesley: Menlo Park, CA.

Muchas gracias