

Primer lugar Premio de Pensiones 2007

**Pronósticos estadísticos de
mortalidad y su impacto sobre el
Sistema de Pensiones de México**

**Act. Carlos Yair González Pérez
Dr. Víctor Manuel Guerrero Guzmán**

Seminario Aleatorio - ITAM - Noviembre 23 de 2007

Objetivo del trabajo

- Aplicar el modelo propuesto por Lee y Carter (1992) a datos de México, ya que conduce a un método estadístico sólido y formal, que actualmente se usa en diversas partes del mundo
- Realizar una proyección de las tasas de mortalidad en México, alternativa a la oficial, para el periodo 2002 a 2050
- A partir de las tasas pronosticadas, evaluar sus implicaciones demográficas y analizar algunos de sus efectos sobre el sistema de pensiones mexicano

Contenido

1. Introducción

2. El modelo de Lee y Carter

3. Datos utilizados en el pronóstico

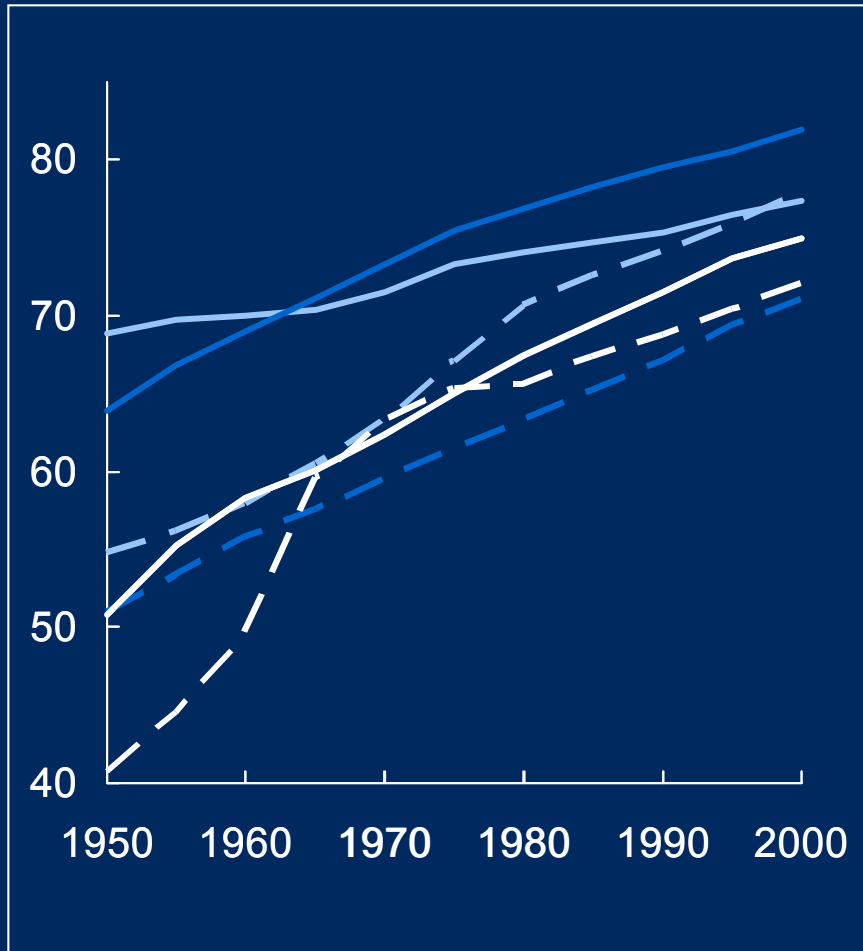
4. Aplicación del método de Lee y Carter a datos de México

5. Implicaciones sobre el sistema de pensiones

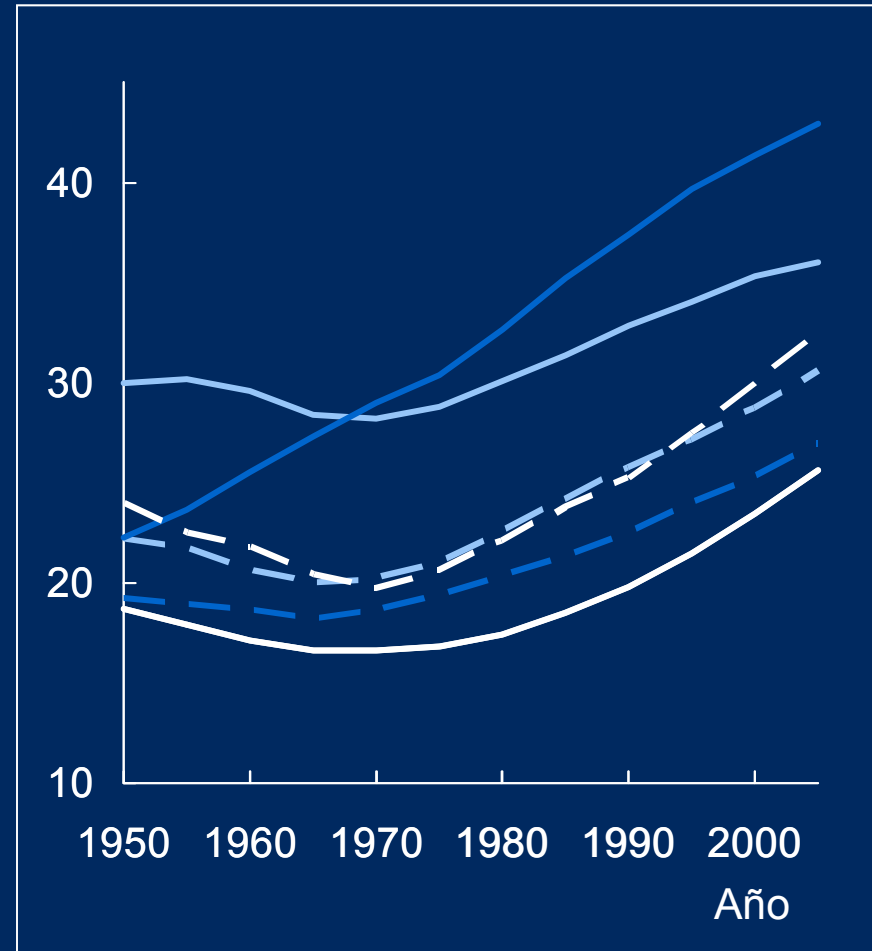
El cambio demográfico

- México
- Estados Unidos
- Japón
- - China
- - Chile
- - Brasil

Esperanza de vida al nacer



Edad media



Fuente: Population Division of the Department of Economic and Social Affairs of the United Nations Secretariat, World Population Prospects

Impacto del descenso de mortalidad en los sistemas de pensiones

Insuficiencia financiera en los sistemas de pensiones tradicionales derivó en una migración de esquema de los sistemas de pensiones

Migración de los sistemas de pensiones

- El rápido aumento entre el número de pensionados respecto al de contribuyentes en los sistemas de reparto, propició un déficit fiscal sistemático
- Migración de países emergentes a sistemas de contribución definida
 - 1981: Chile
 - 1993-1994: Argentina, Colombia y Perú
 - 1997: Bolivia, **México** y Panamá
 - 2001-2004: Rusia, Bulgaria, Croacia y países de Europa del Este
 - 2003: India

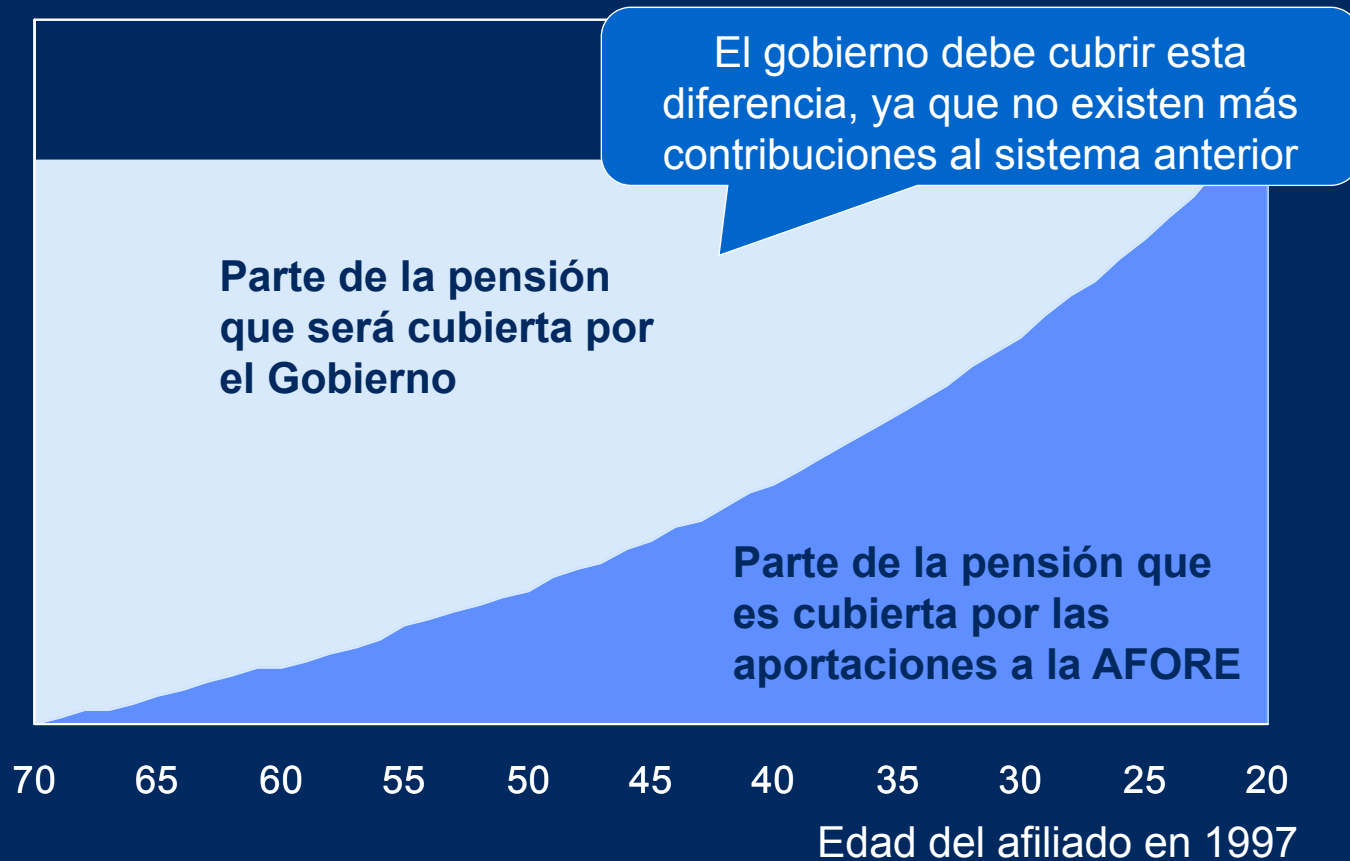
La reforma en México

- La reforma original contemplaba a los afiliados al sistema de pensiones del IMSS, a partir de 2008 incluirá también a los afiliados al sistema ISSSTE
- Se pasó a un sistema de contribución definida, donde al final de la vida laboral el trabajador recibe el monto acumulado en su cuenta para el retiro, administrada por instituciones financieras especializadas (AFORE)
- La reforma incluye la Pensión Mínima Garantizada, equivalente a una renta mensual de 1 Salario Mínimo Vigente al momento del retiro

Comparación entre el beneficio que recibirán los trabajadores bajo las leyes de 1997 y de 1973

■ Ley de 1997
■ Ley de 1973

Tasa de reemplazo al retiro para un trabajador promedio
Porcentaje del último salario percibido



Nota: Supone salario del trabajador de 4 salarios mínimos, crecimiento real del salario de 0.5% anual (EIU 2006), comisión promedio del sistema en Diciembre de 2005 (CONSAR 2006), tasa de interés real del 3.5% anual para el cálculo de la anualidad, tasa del 5% para el rendimiento real anual del fondo y tasa de persistencia de contribuciones del 80%

Contenido

1. Introducción
- 2. El modelo de Lee y Carter**
3. Datos utilizados en el pronóstico
4. Aplicación del método de Lee y Carter a datos de México
5. Implicaciones sobre el sistema de pensiones

El modelo de Lee y Carter

- Es un modelo estadístico-demográfico que permite realizar proyecciones a futuro de las tasas de mortalidad
- Combina un modelo demográfico, de pocos supuestos, con métodos estadísticos de series de tiempo
- Es de carácter extrapolativo, ya que no incorpora información externa para realizar las proyecciones
- Permite obtener medidas de incertidumbre, como intervalos de confianza
- La premisa básica es que existe una relación lineal entre el logaritmo de las tasas específicas de mortalidad $m_{x,t}$ y dos factores explicativos: la edad, x , y el tiempo, t

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + e_{x,t}$$

donde $m_{x,t}$ representa el número de fallecidos de edad x en t

Parámetros y variables del modelo de Lee y Carter

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + e_{x,t}$$

a_x

- Representa el nivel medio de mortalidad del grupo de edad en el tiempo
- Es cercana a cero para edades con mortalidad alta y tiende a $-\infty$ conforme la tasa de mortalidad del grupo tiende a cero

b_x

- Representa la intensidad en el crecimiento o decrecimiento de la tasa de mortalidad para el grupo, a través del tiempo
- Salvo raras excepciones, es positiva, lo que implica un descenso en la mortalidad

k_t

- Es una variable aleatoria que se modela como un proceso estocástico de series de tiempo
- Conforme k tiende (en el tiempo) a $-\infty$ la tasa de mortalidad del grupo tiende a cero

$e_{x,t}$

- Representa el error aleatorio, que refleja influencias no capturadas por el modelo explícitamente
- Forma una sucesión, no correlacionada, de variables aleatorias con distribución Normal, media cero y varianza σ^2

Estimación

$$a_x = \frac{\sum_{t=1}^n \ln(m_{x,t})}{n}$$

- Para estimar los valores observados se aplica la Descomposición en Valores Singulares (DVS) a la ecuación

$$M - A = B * K^T$$

Empleo del modelo de Lee y Carter en años recientes

Experiencia en otros países

- En el artículo original (Lee y Carter, 1992) se realizaron proyecciones para EU de 1990 a 2065 y se compararon con las proyecciones oficiales
- Más tarde (Lee y Miller, 2001), se realizó una comparación entre las proyecciones oficiales y el método LC, encontrando una mejor capacidad de pronóstico por parte del método LC
- Se utiliza en países como Finlandia, Suecia, Noruega, Australia, incluso en países menos desarrollados y con datos más limitados, tales como Chile, China y Hong Kong

Extensiones y otras aplicaciones

- Proyectar por sexo, causa de muerte, geográficamente, etc.
- Permitir que los parámetros a_x y b_x vayan cambiando en el tiempo
- Combinado con pronósticos de fertilidad y migración, produce proyecciones de población y de sus componentes
- Pronosticar el efecto económico del cambio bajo distintos supuestos de tasas de interés, inflación, etc., para hacer programas de largo plazo, por ejemplo, en el sistema de pensiones

Ventajas y desventajas del modelo de Lee y Carter

Ventajas

- Provee una base probabilística a las proyecciones, así como medidas de incertidumbre
- Describe el cambio en la mortalidad de una manera sencilla y con soporte empírico
- Puede aplicarse a países con observaciones limitadas a periodos de tiempo relativamente cortos

Desventajas

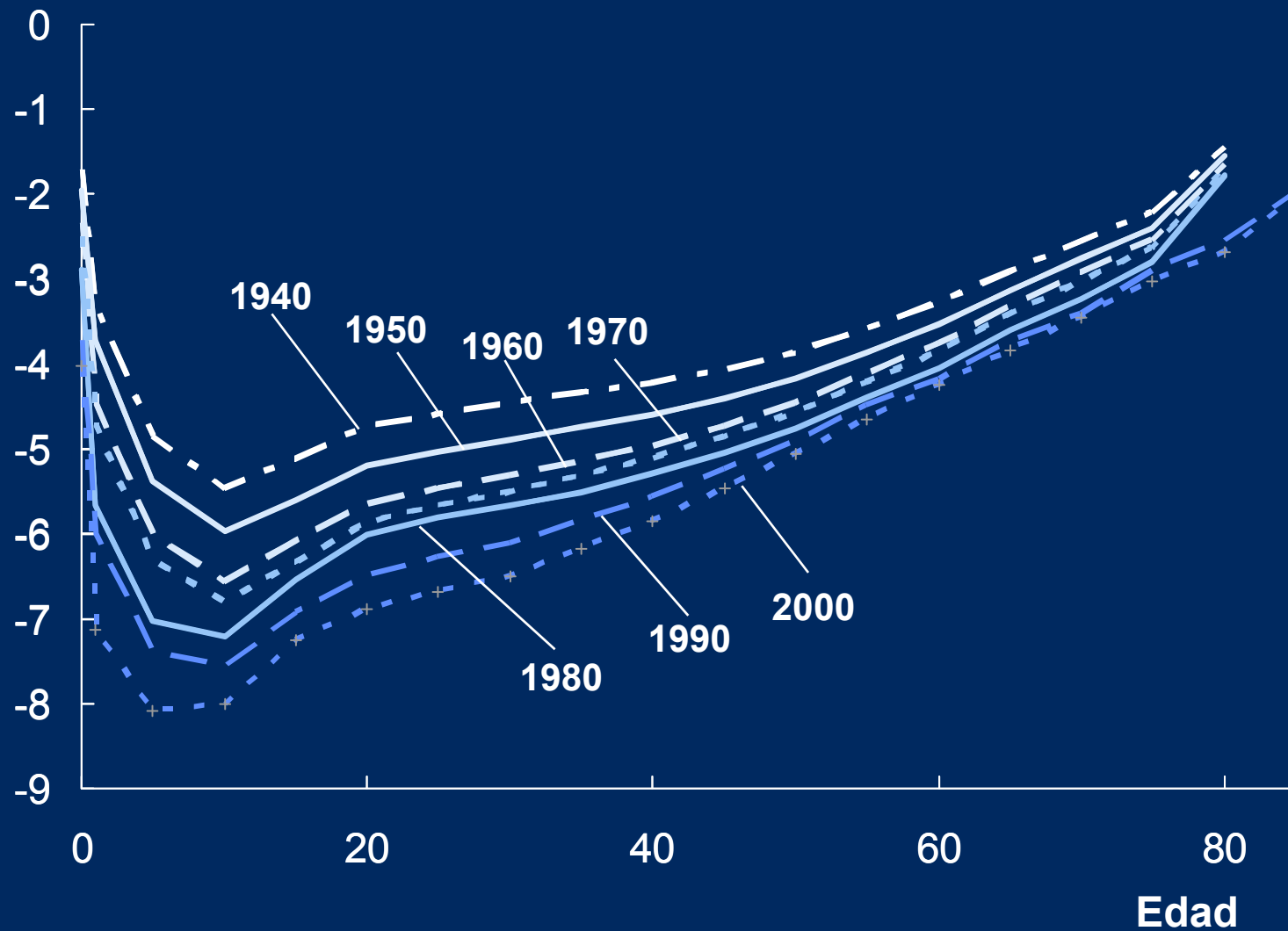
- Depende por completo de la calidad de la información disponible y de sus limitaciones
- No permite incorporar información externa al modelo, que pudiesen aportar consideraciones sobre el futuro

Contenido

1. Introducción
2. El modelo de Lee y Carter
- 3. Datos utilizados en el pronóstico**
4. Aplicación del método de Lee y Carter a datos de México
5. Implicaciones sobre el sistema de pensiones

Niveles de mortalidad en tablas seleccionadas

Logaritmo de las tasas de mortalidad



Fuente: Camposortega (1988), Secretaría de Salud (1989 a 2003)

Modelos de tablas de mortalidad considerados para homogeneizar los datos

Modelo de Naciones Unidas

- Considera un solo parámetro, relacionado con la mortalidad infantil, lo que lo vuelve inflexible para ajustar distintas tablas
- Se realizó con tablas de 36 países, a partir de las cuales se identificaron 5 grupos de países que forman familias
- Su uso se limita mucho si la población no fue incluida en la muestra con la que se realizó el estudio

Método de Logito Modificado

- Parte del principio utilizado por Brass, de que es posible expresar una relación lineal entre la transformación de dos funciones de supervivencia
- Los parámetros se estimaron con una muestra de 1802 tablas (México incluido en la muestra)
- A partir de datos reales, el método probó tener un mejor ajuste que los métodos anteriores
- En la estimación de los parámetros se da más peso a países con esperanza de vida mayor

Modelo Tablas de Coale y Demeny

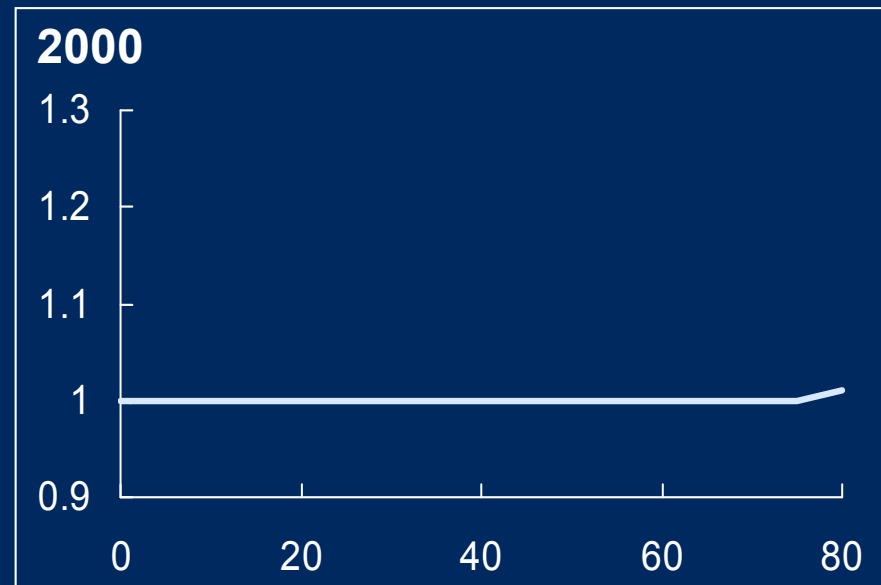
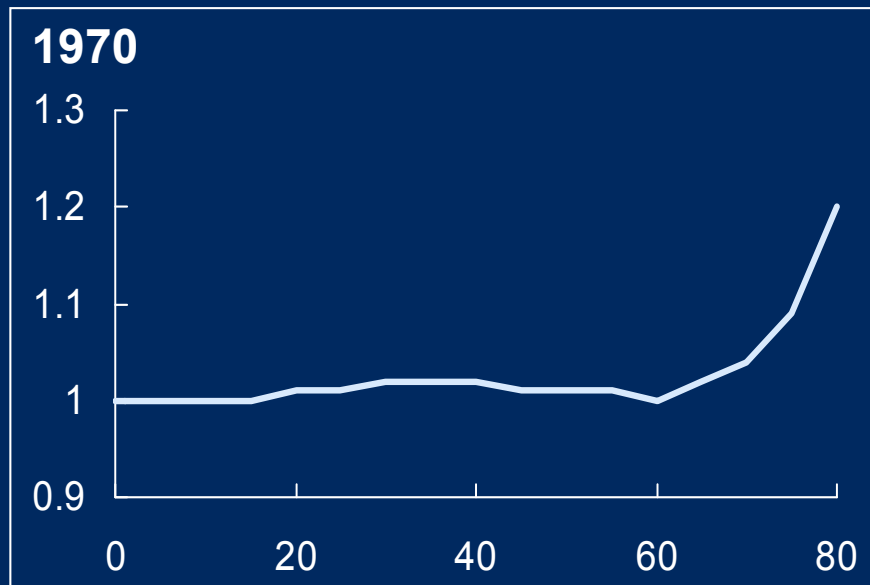
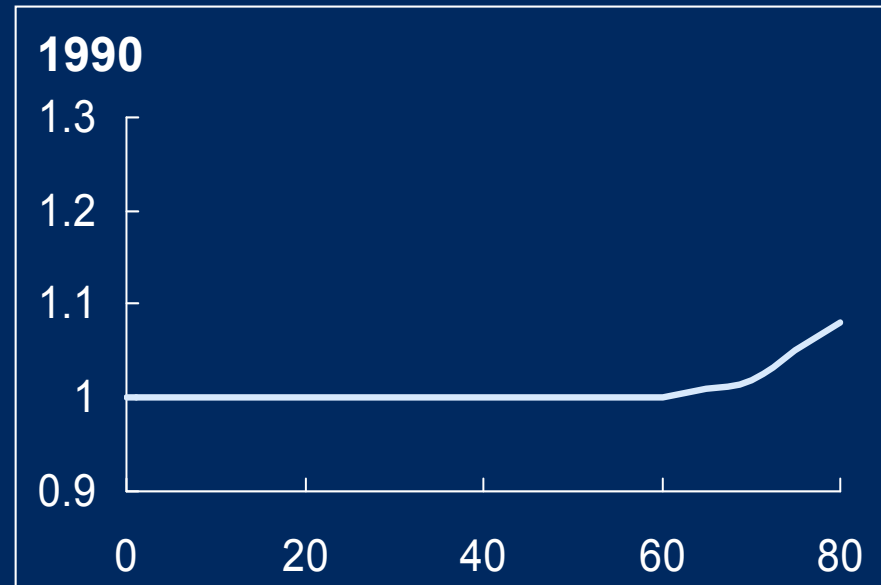
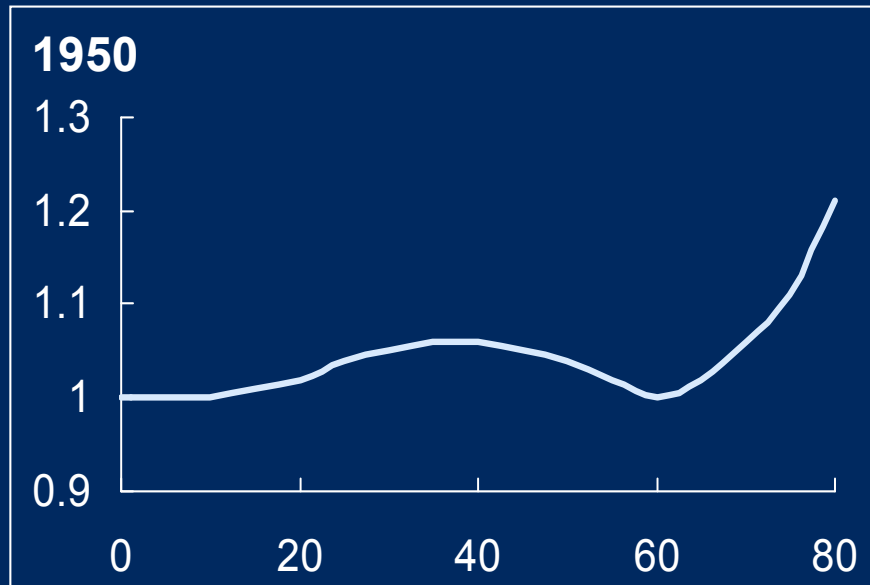
- Análisis realizado sobre un conjunto de 326 tablas de distintas poblaciones, en distintos periodos históricos
- Hay 4 patrones principales: Norte, Sur, Este y Oeste
- Buena precisión al utilizarse con datos reales
- Sin embargo, existen ejemplos documentados de patrones de mortalidad no europeos, que no se encuentran en ninguno de los patrones planteados

Método Logito de 4 parámetros

- Al igual que el método de Logito Modificado, se propone una transformación alternativa a la función de supervivencia
- El mayor número de parámetros permite una mayor flexibilidad para ajustar patrones distintos de manera consistente
- Es posible definir familias de tablas de mortalidad a partir del estudio de los cuatro parámetros

Ajuste con el método de logito modificado

Función de supervivencia Observada / Ajustada



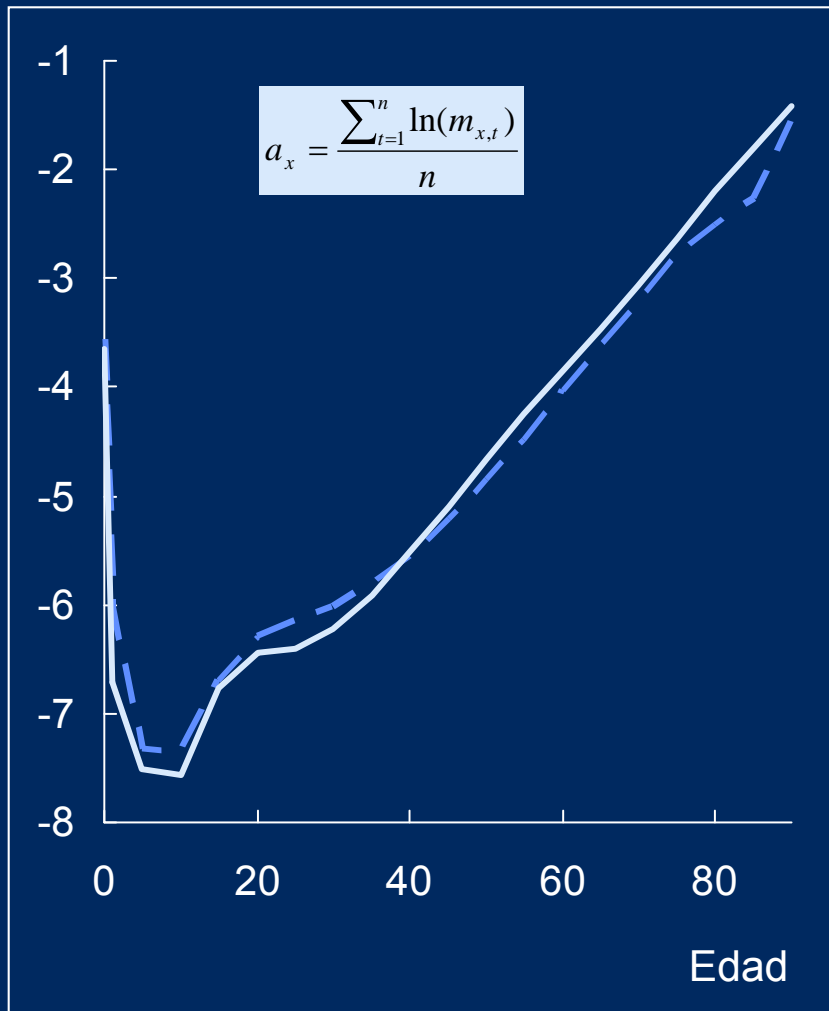
Contenido

1. Introducción
2. El modelo de Lee y Carter
3. Datos utilizados en el pronóstico
- 4. Aplicación del método de Lee y Carter a datos de México**
5. Implicaciones sobre el sistema de pensiones

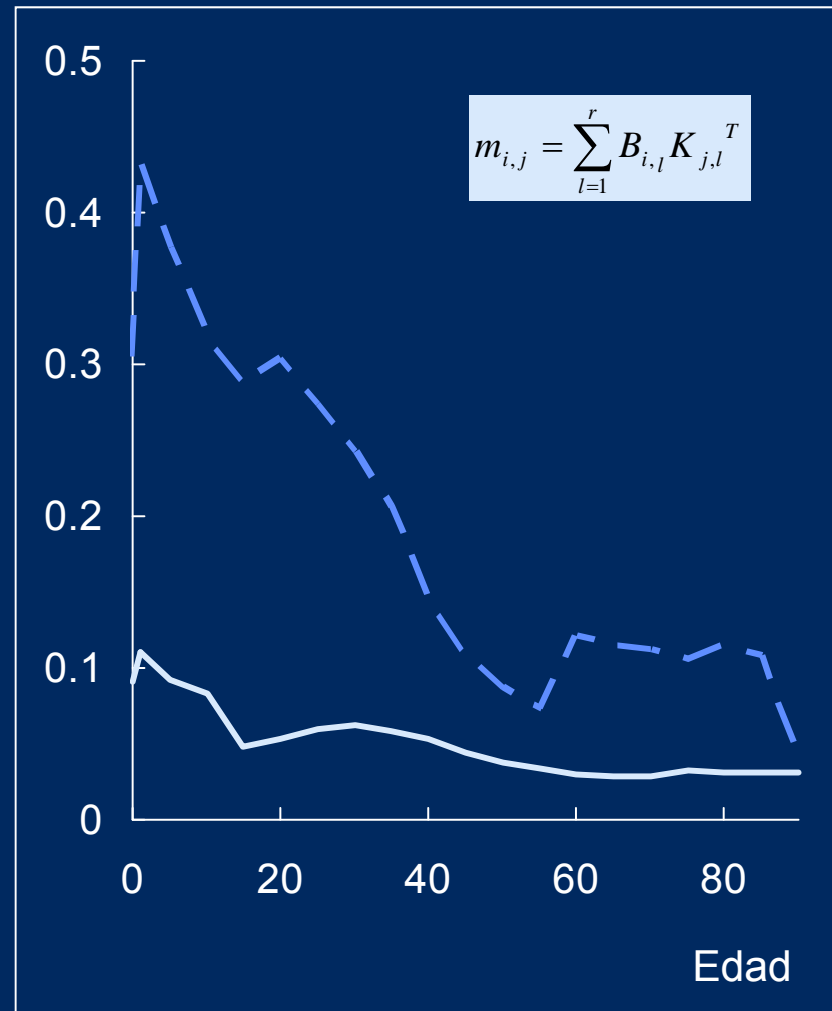
Valores estimados de a_x y b_x

- Estados Unidos
- - México

Comparación de valores a_x



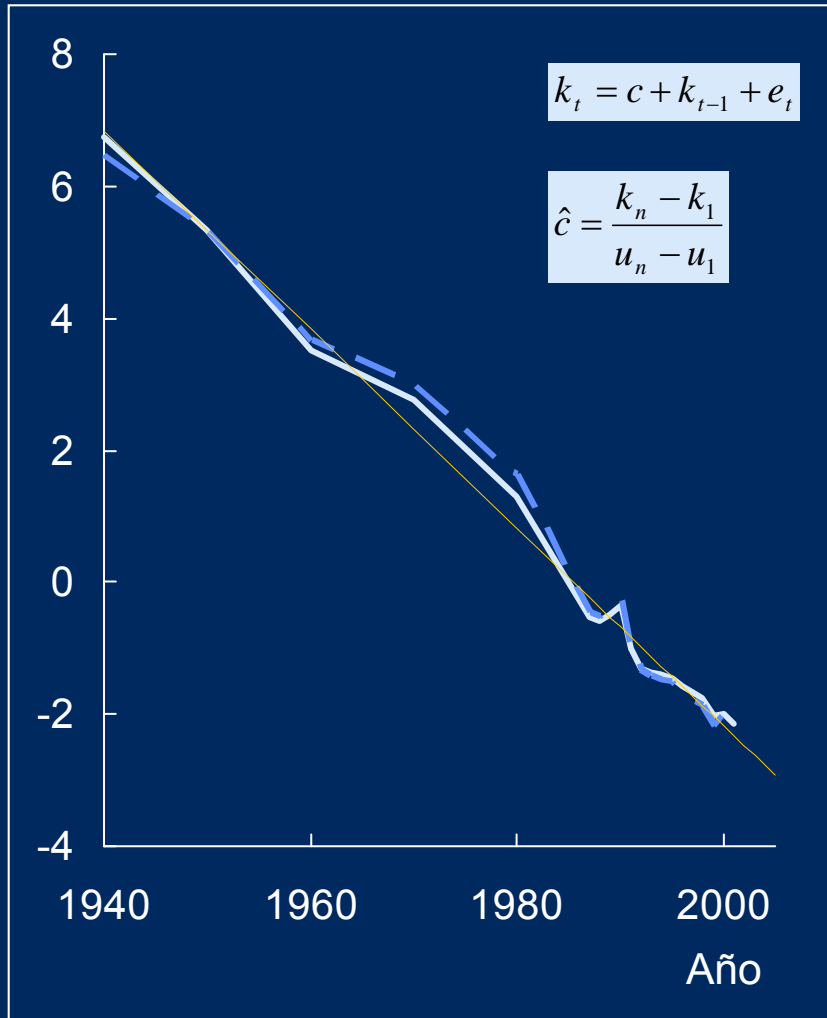
Comparación de valores b_x



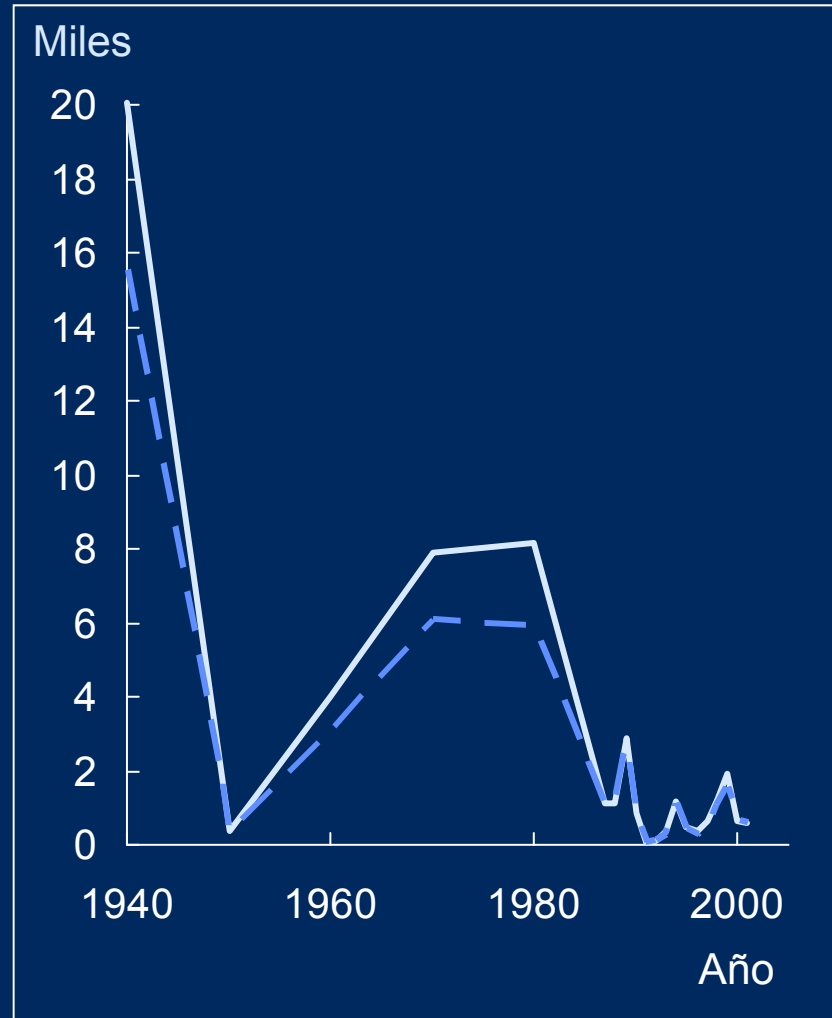
Efecto de la corrección en el índice de mortalidad

— Original - - - Corregido

Índice de mortalidad (k_t)



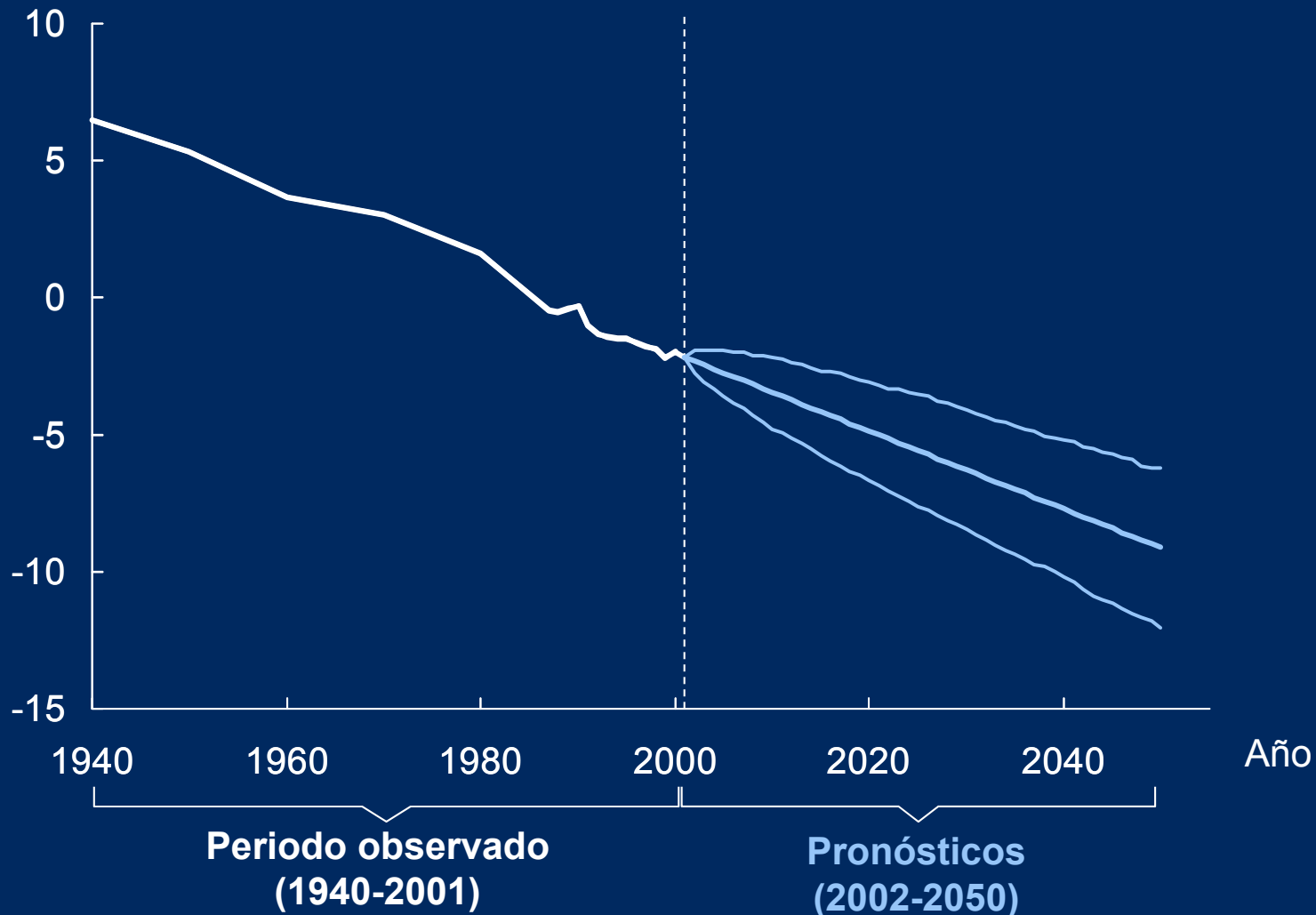
Error cuadrático de ajuste (X^2_t)



Pronóstico e intervalos de confianza al 95% para el índice de mortalidad de 2002 a 2050

Índice de mortalidad (k_t)

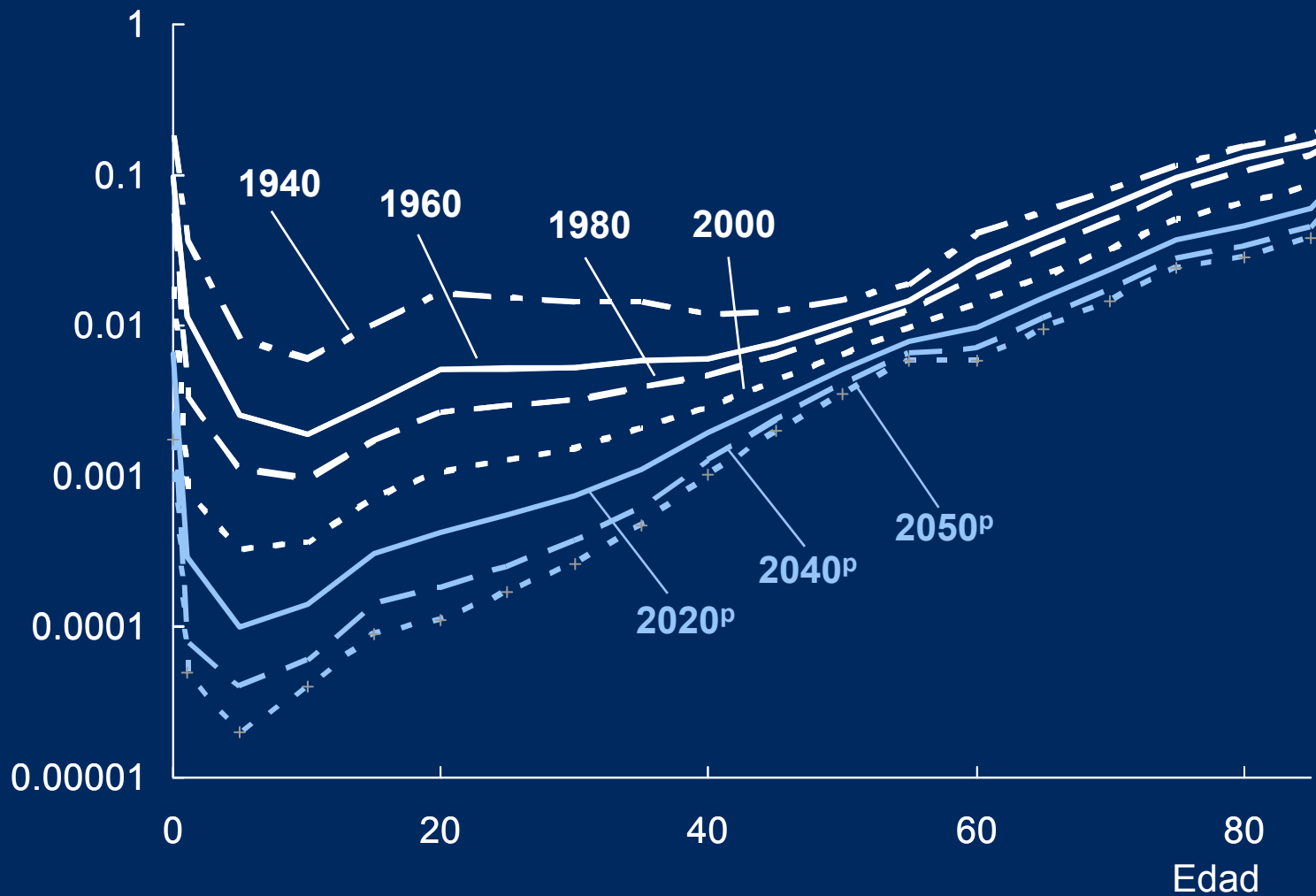
$$k_{n+j} = \hat{c} + \sqrt{\text{var}(\hat{c})} \cdot \gamma_j + k_{n+j-1} + \hat{\sigma} \cdot \varphi_j$$



Con base en 1,500 simulaciones

Comparación entre los niveles de mortalidad observados y los pronósticos obtenidos

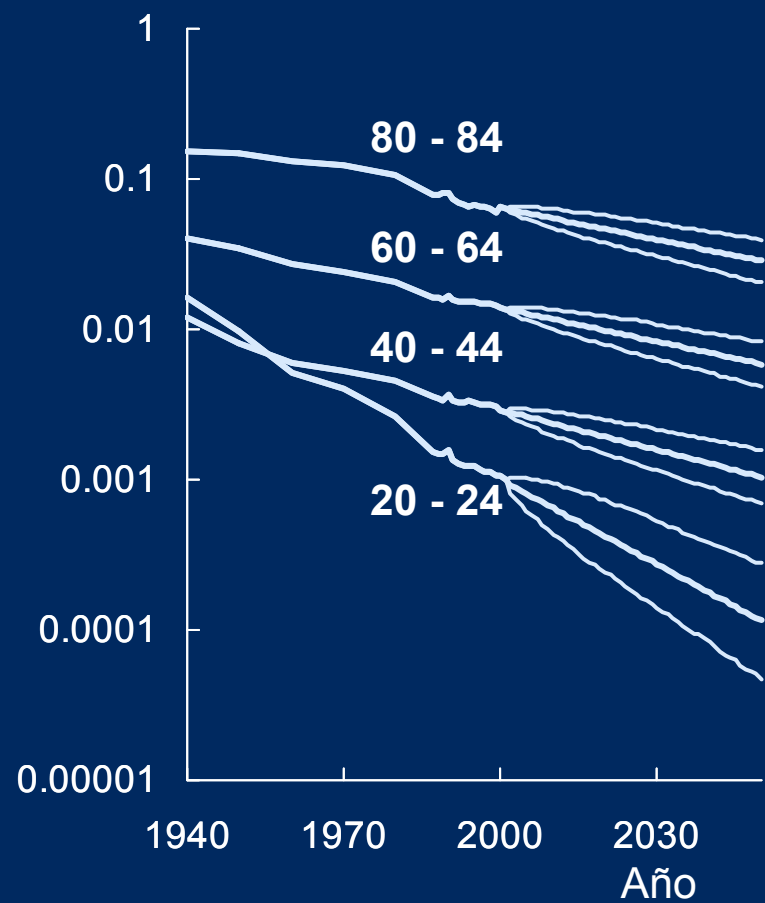
Tasa de mortalidad
Escala logarítmica



Evolución y pronósticos de 2002 a 2050 de las tasas específicas de mortalidad

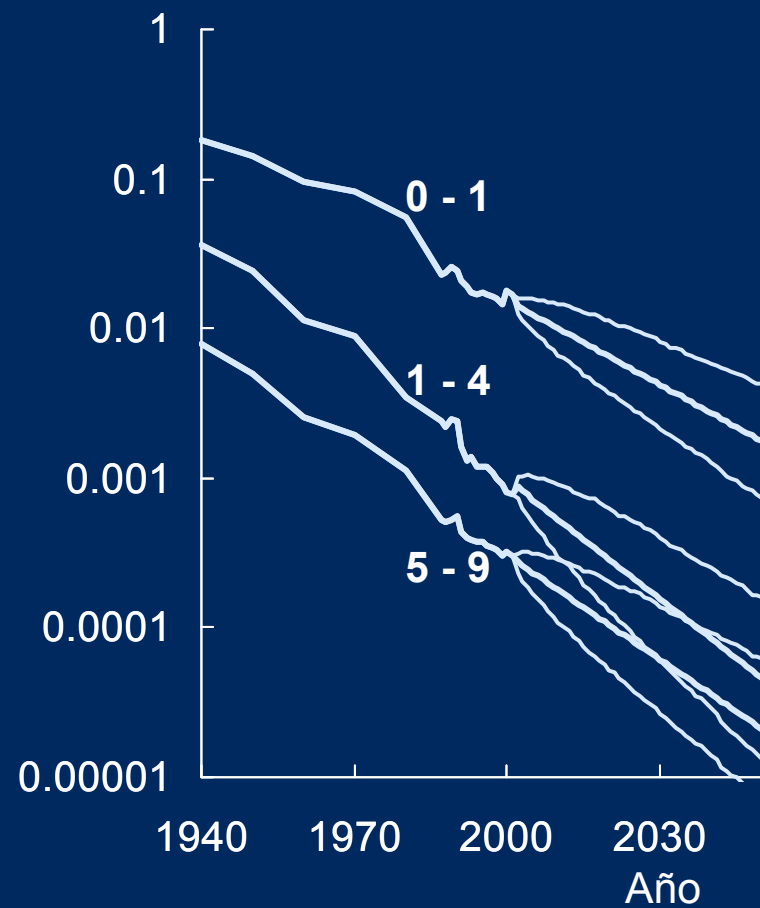
Mortalidad adultos

Tasa de mortalidad e intervalo de confianza al 95%, escala logarítmica



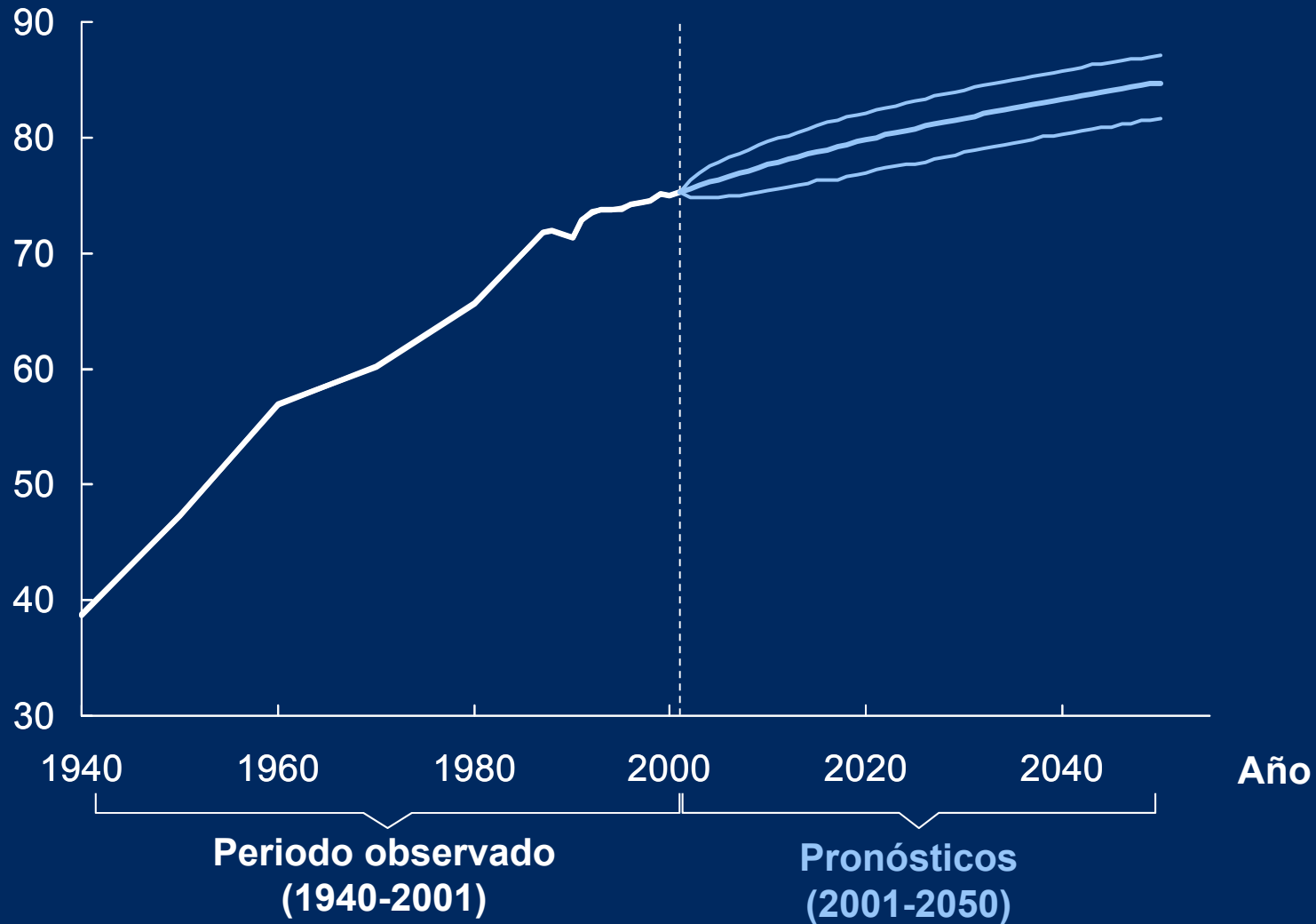
Mortalidad Infantil

Tasa de mortalidad e intervalo de confianza al 95%, escala logarítmica



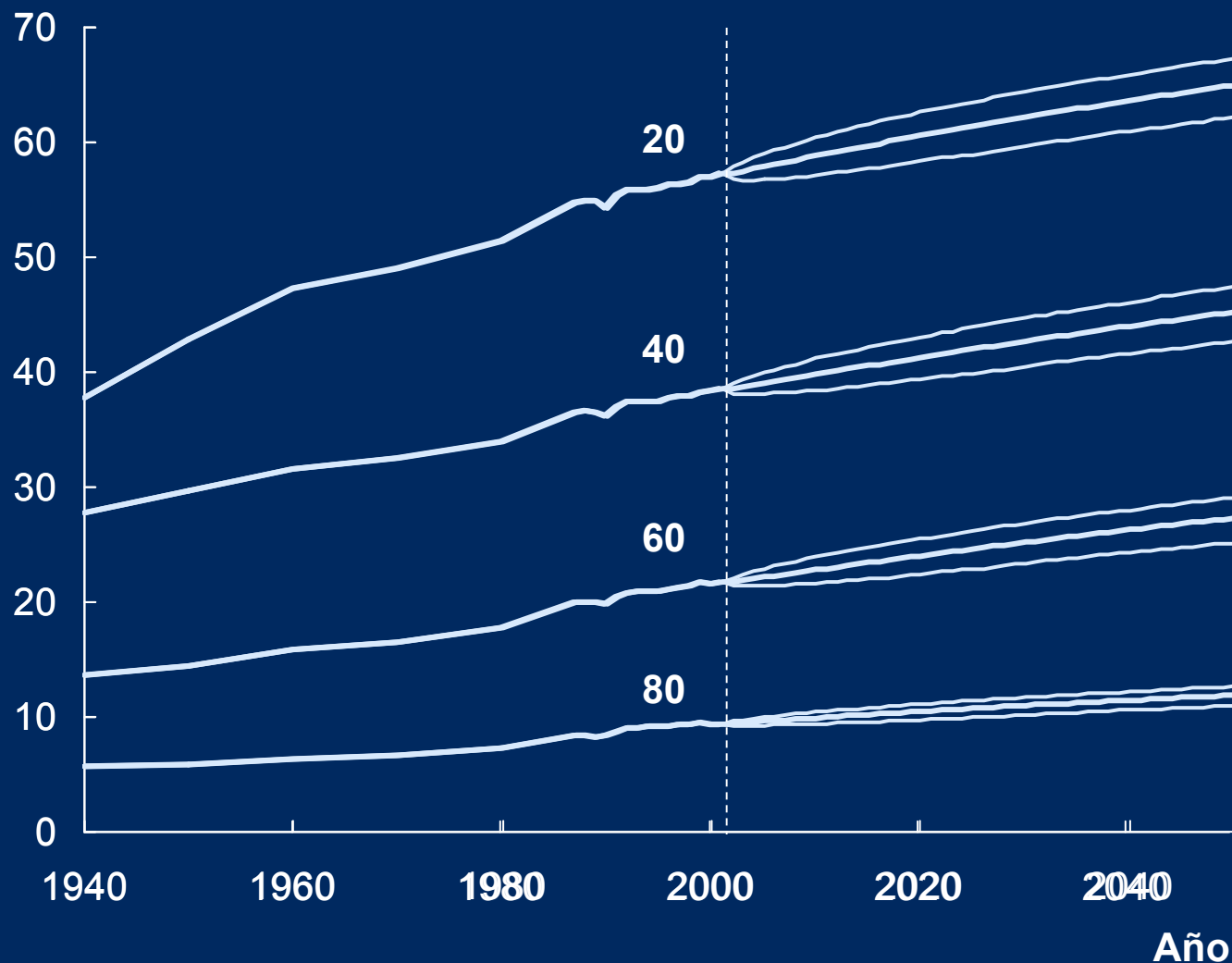
Pronóstico e intervalo de confianza al 95% para la esperanza de vida al nacer de 2002 a 2050

Esperanza de vida al nacer (e_0)



Evolución y pronóstico de 2002 a 2050 de la esperanza de vida para distintas edades seleccionadas

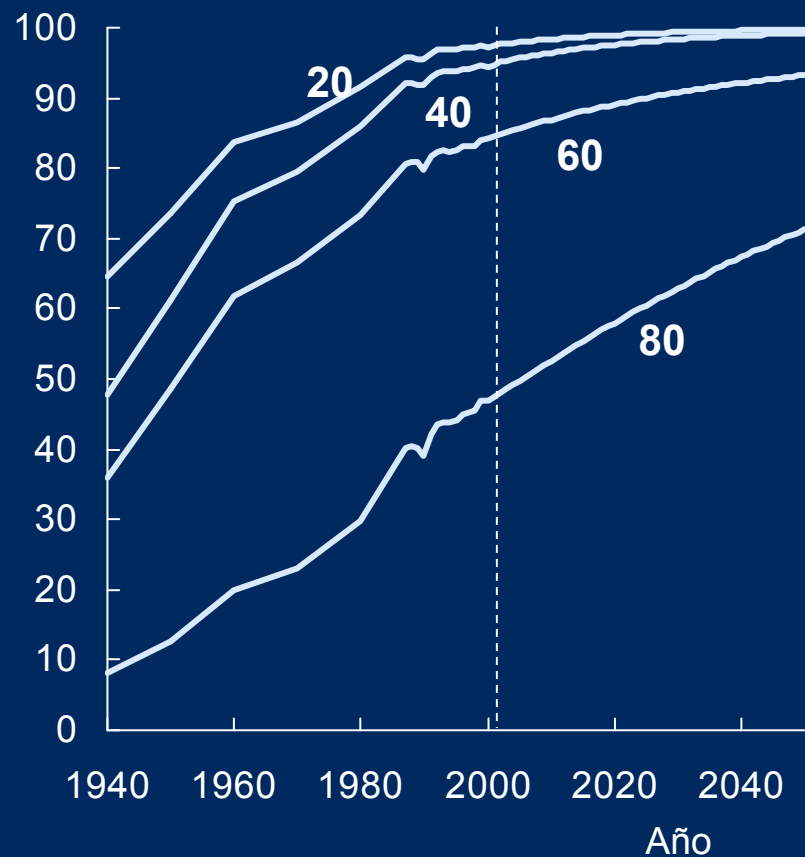
Esperanza de vida e intervalos de confianza al 95%



Evolución y pronósticos de 2002 a 2050 de las funciones de supervivencia

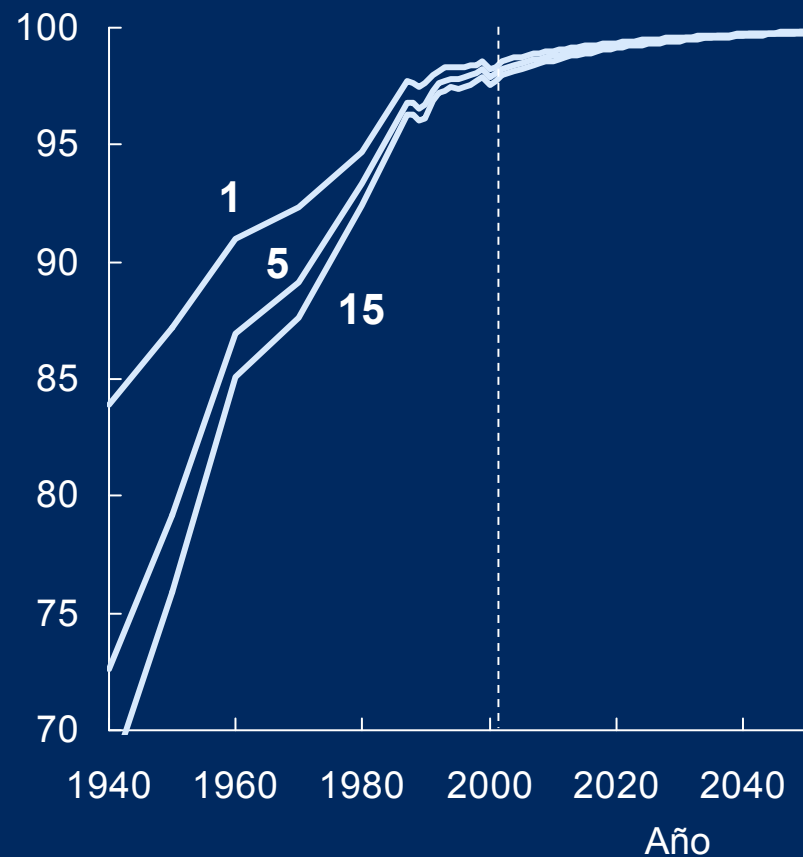
Supervivencia adultos

Número de sobrevivientes por cada 100 nacidos



Supervivencia Infantil

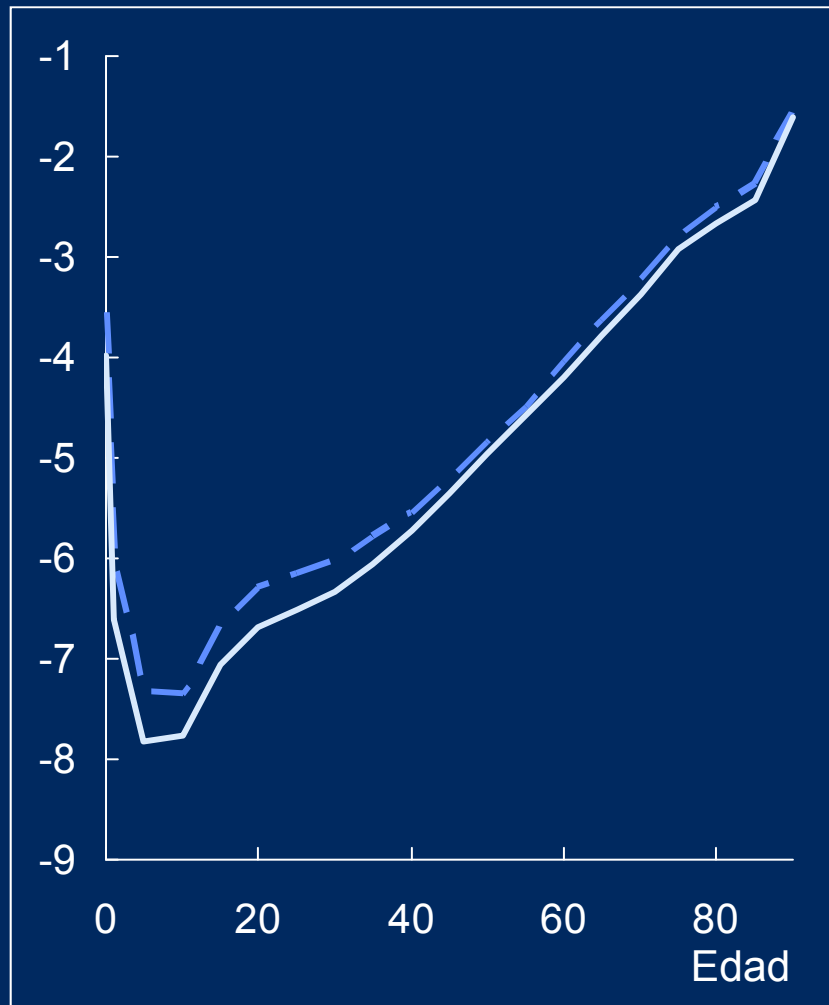
Número de sobrevivientes por cada 100 nacidos



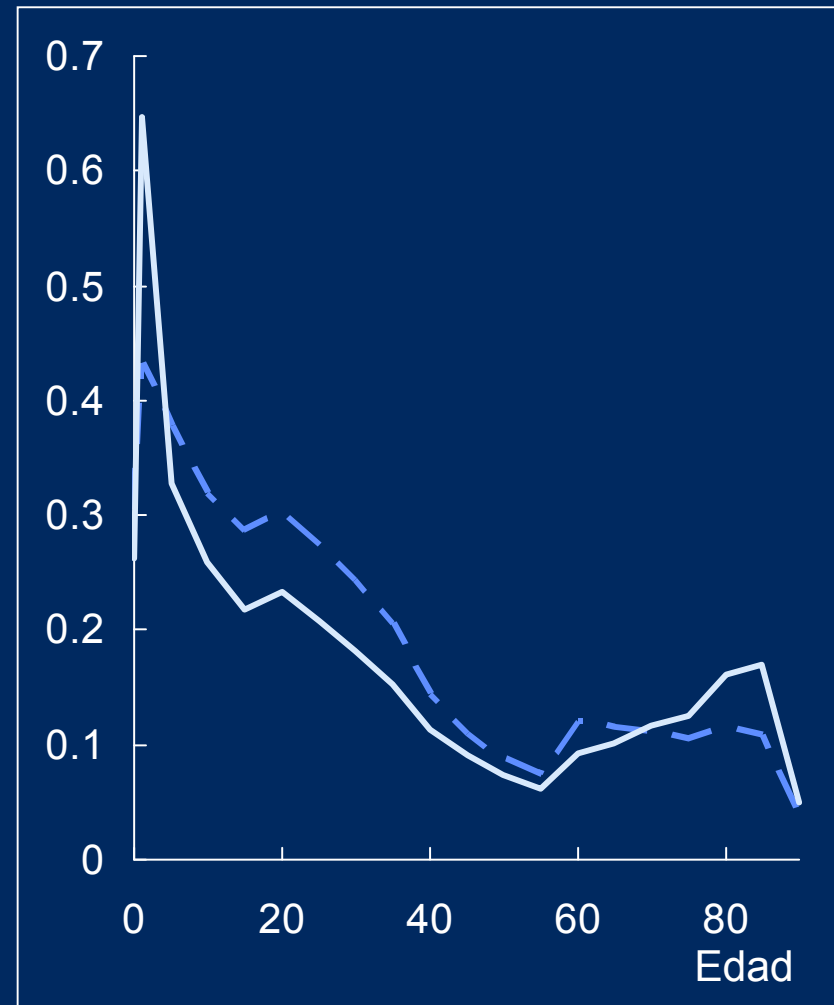
Efecto del cambio de periodo base sobre la estimación de a_x y b_x

— 1987 - 2001
- - 1940 - 2001

Comparación de valores a_x



Comparación de valores b_x

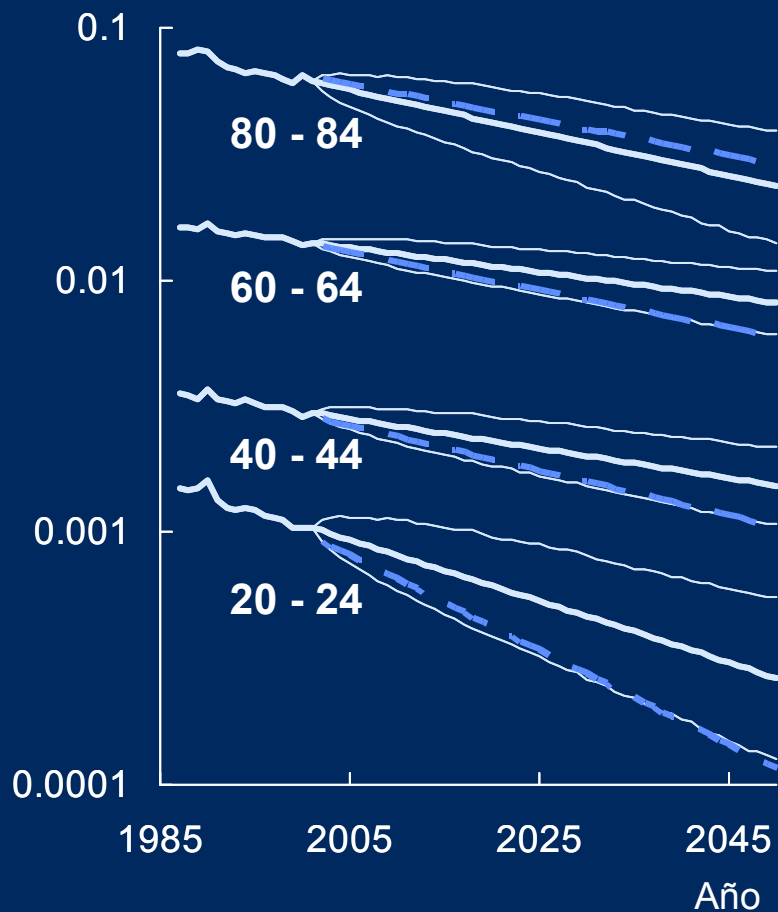


Efecto del cambio de periodo base en el pronóstico de tasas de mortalidad

— 1987 - 2001
- - 1940 - 2001

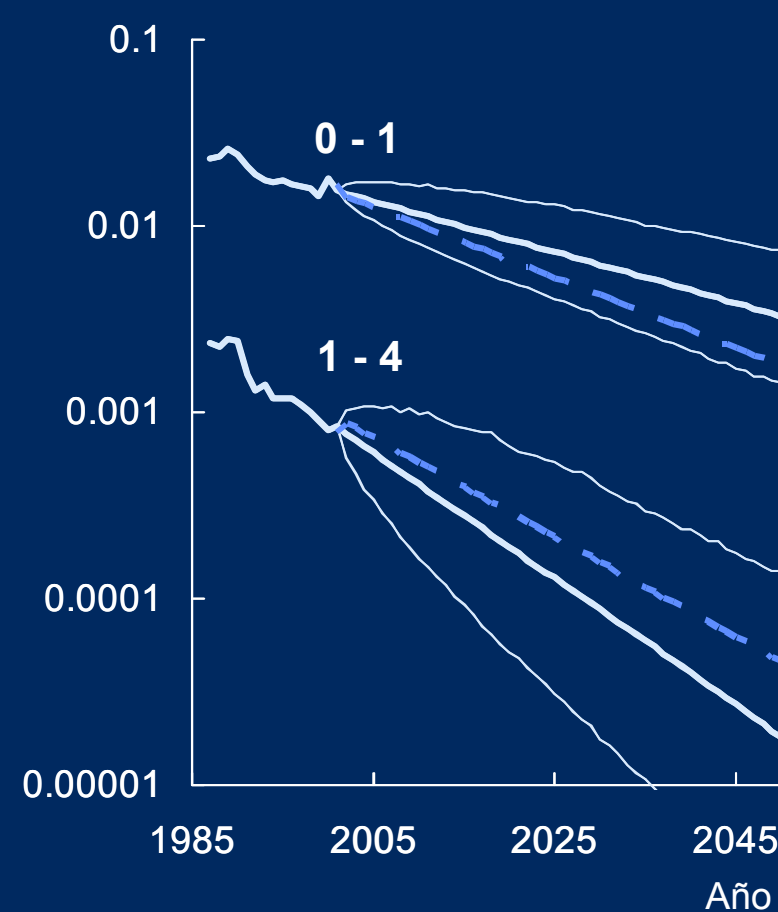
Mortalidad adultos

Tasa de mortalidad e intervalo de confianza al 95%, escala logarítmica



Mortalidad Infantil

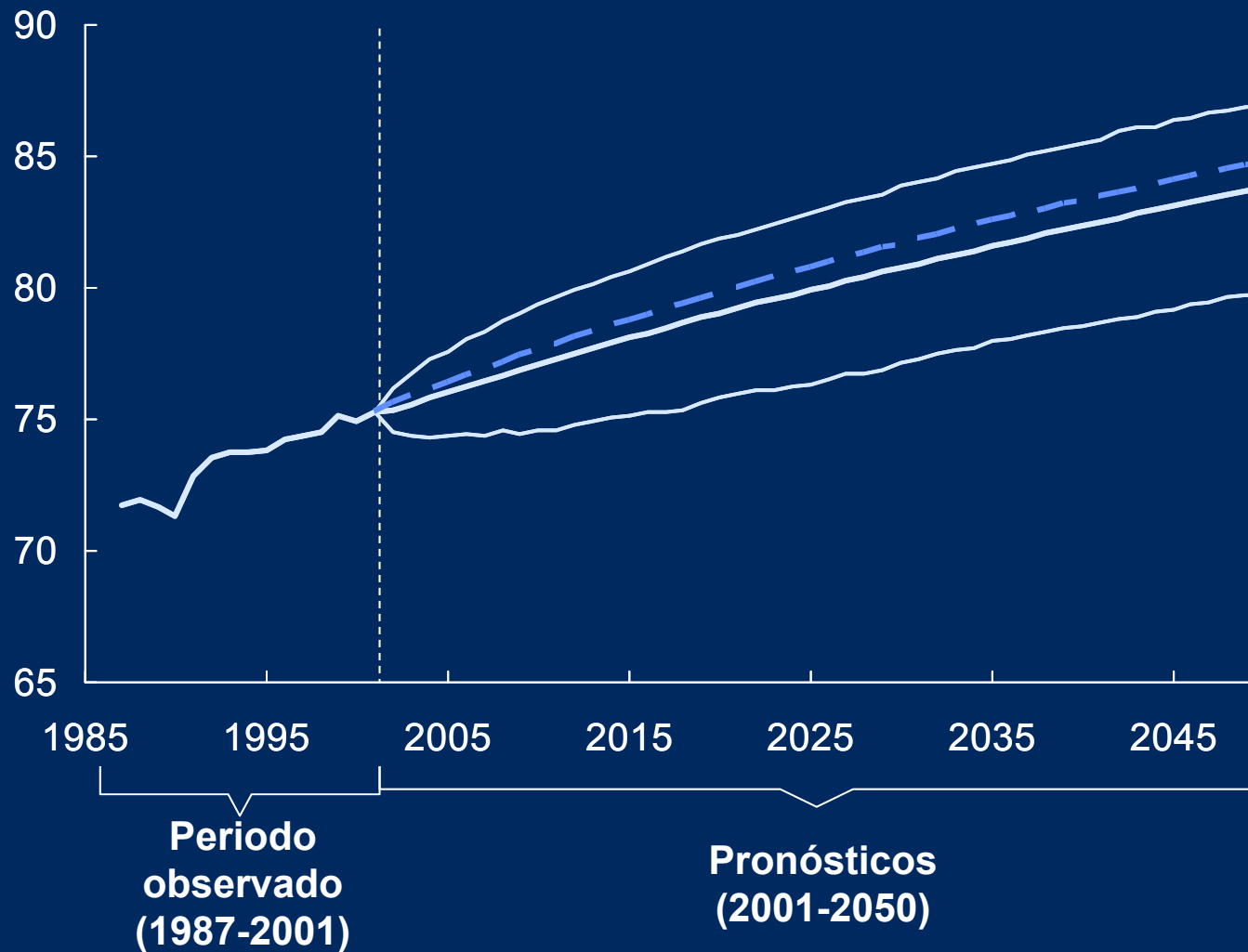
Tasa de mortalidad e intervalo de confianza al 95%, escala logarítmica



Efecto del cambio de periodo base, en el pronóstico de la esperanza de vida al nacer

— 1987 - 2001
- - 1940 - 2001

Pronóstico e intervalo de confianza al 95% para la esperanza de vida al nacer, de 2002 a 2050



Contenido

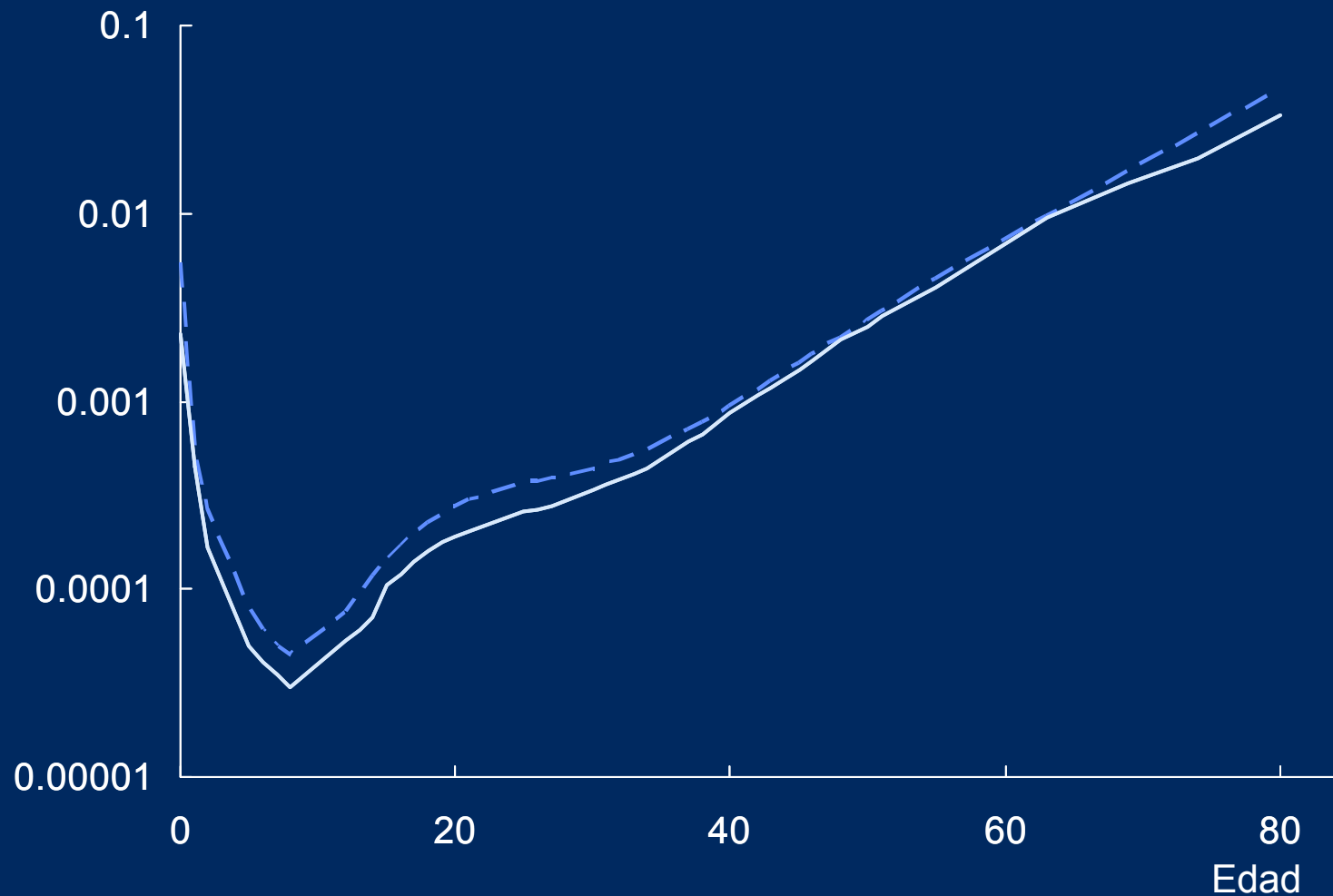
1. Introducción
2. El modelo de Lee y Carter
3. Datos utilizados en el pronóstico
4. Aplicación del método de Lee y Carter a datos de México
- 5. Implicaciones sobre el sistema de pensiones**

Comparación del pronóstico de tasas de mortalidad

— Método LC
- - CONAPO

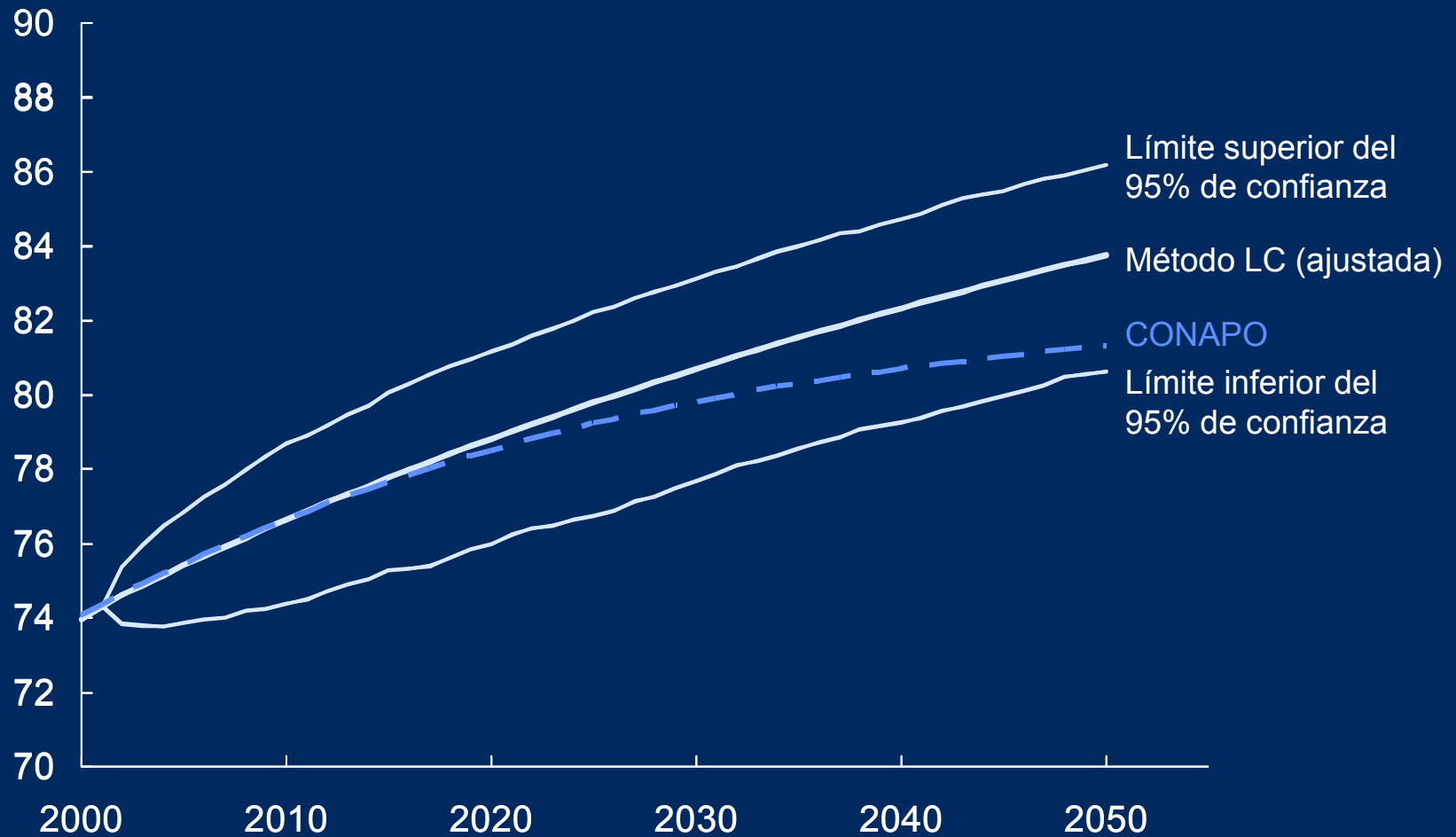
Tasas de mortalidad, 2050

Escala logarítmica



Comparación del pronóstico de esperanza de vida al nacer

Esperanza de vida al nacer

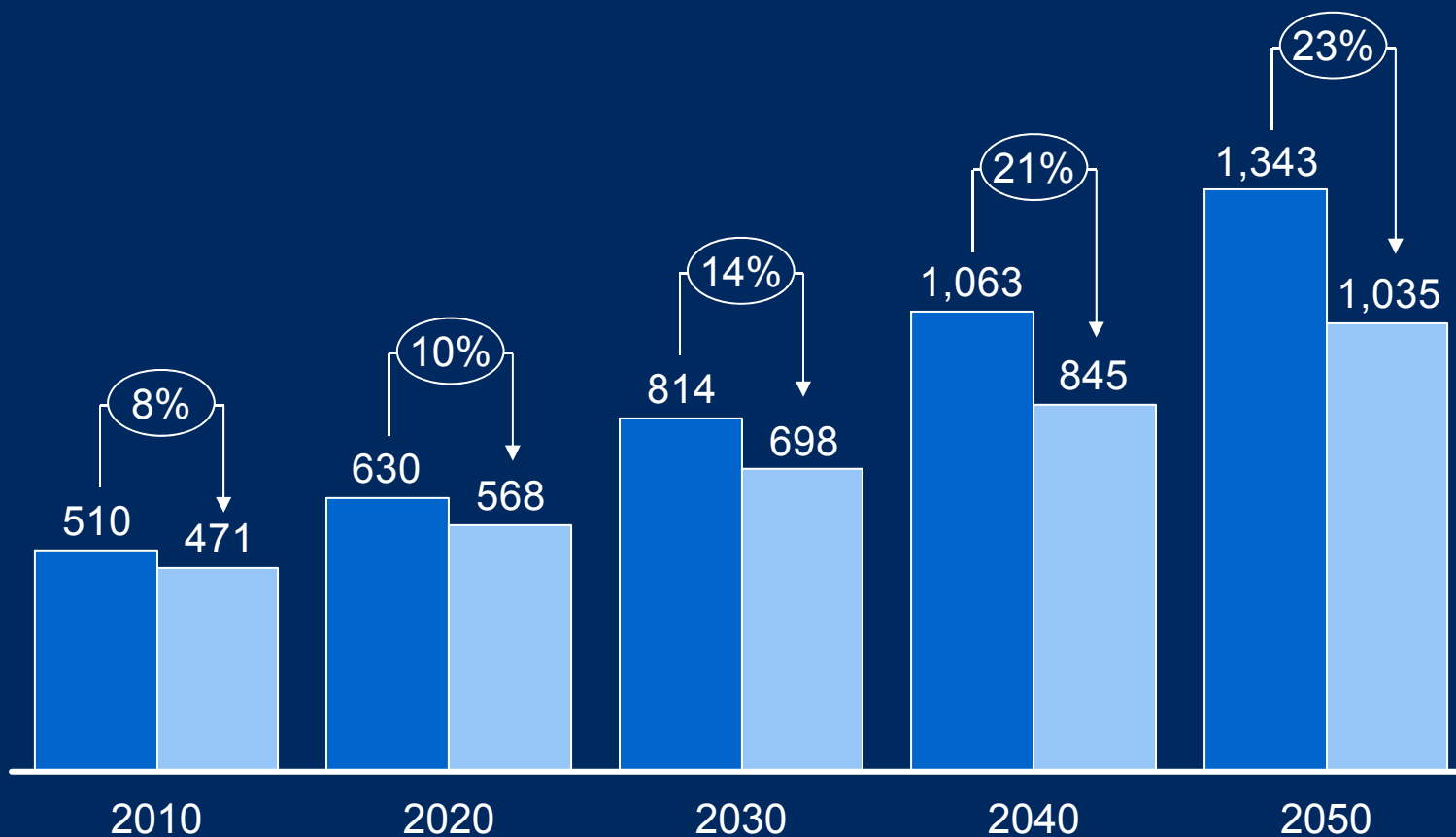


Comparación del pronóstico de defunciones totales en México

CONAPO
Método LC

Pronóstico de defunciones totales en México

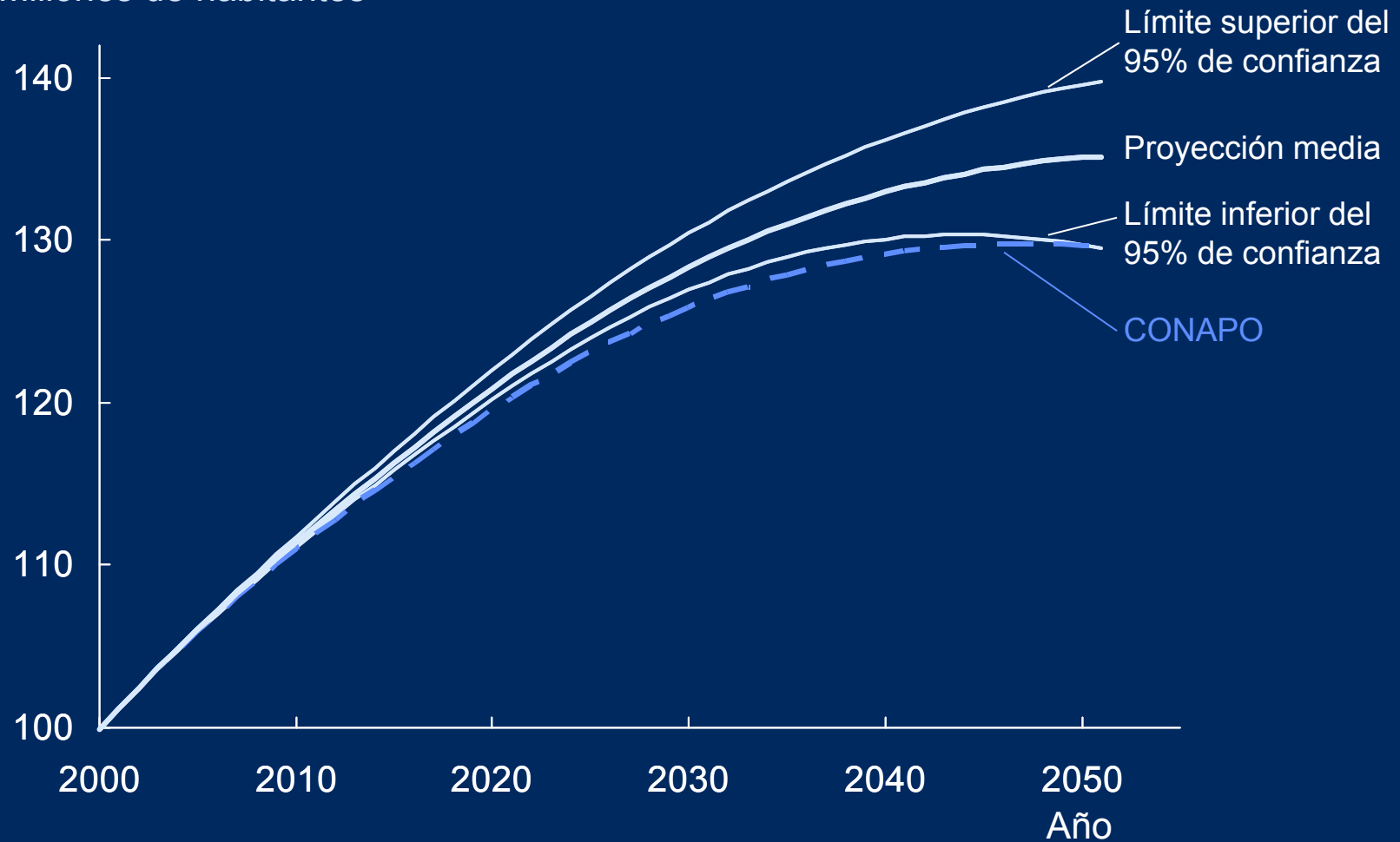
Miles



Pronóstico e intervalos de 95% de confianza de la población en México, para el periodo 2000 a 2050

Población al 1º de enero de cada año, 2000 a 2050

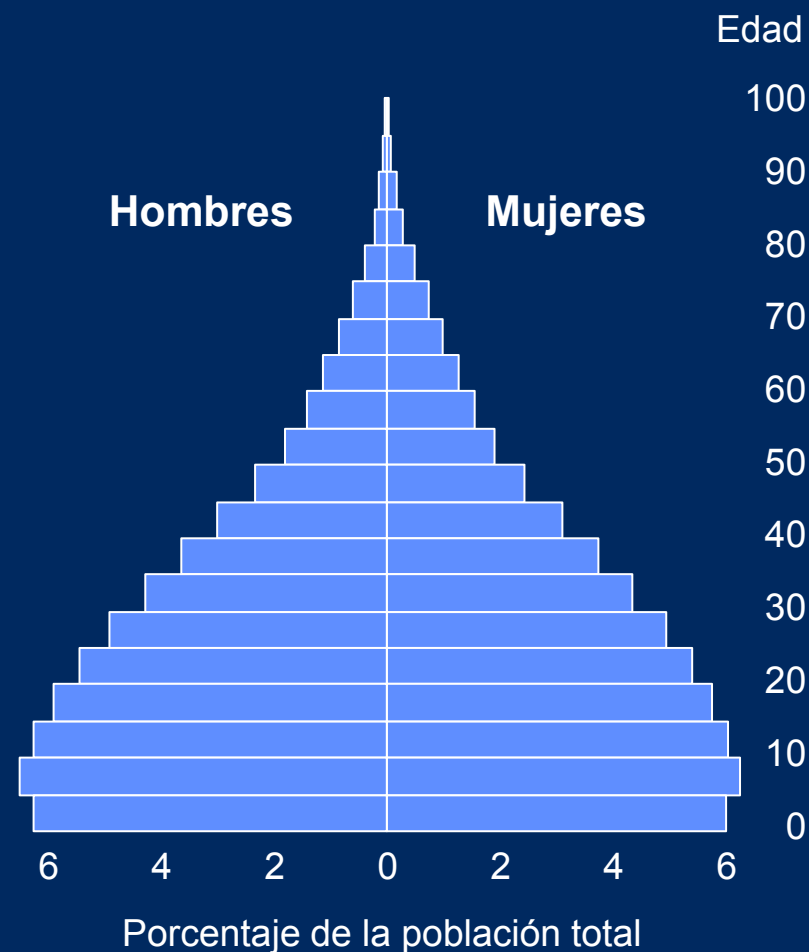
Millones de habitantes



Evolución de la estructura poblacional 2000-2050, según el método LC

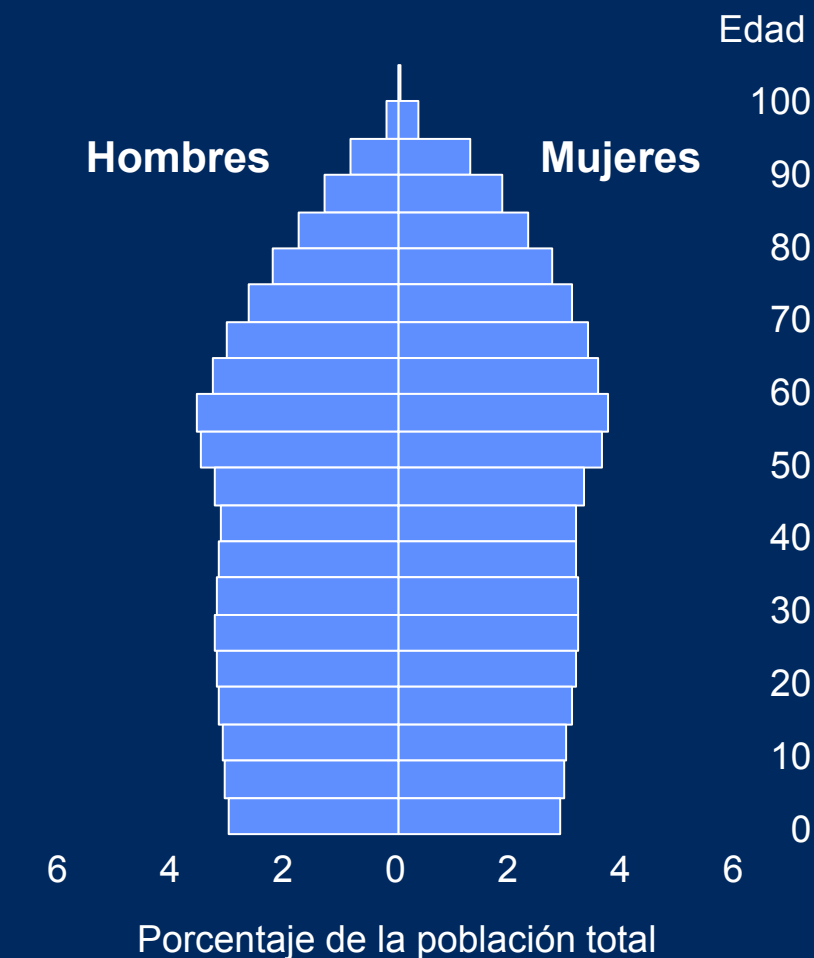
2000

100% = 100,569,210



2050

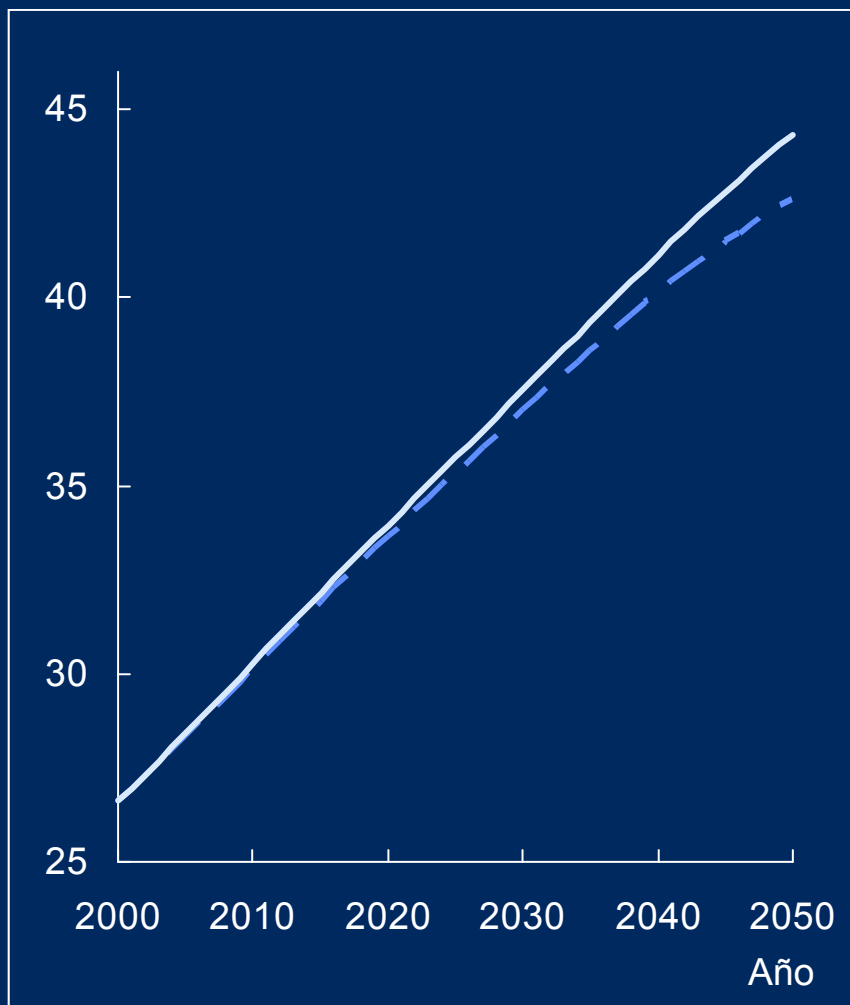
100% = 135,803,879



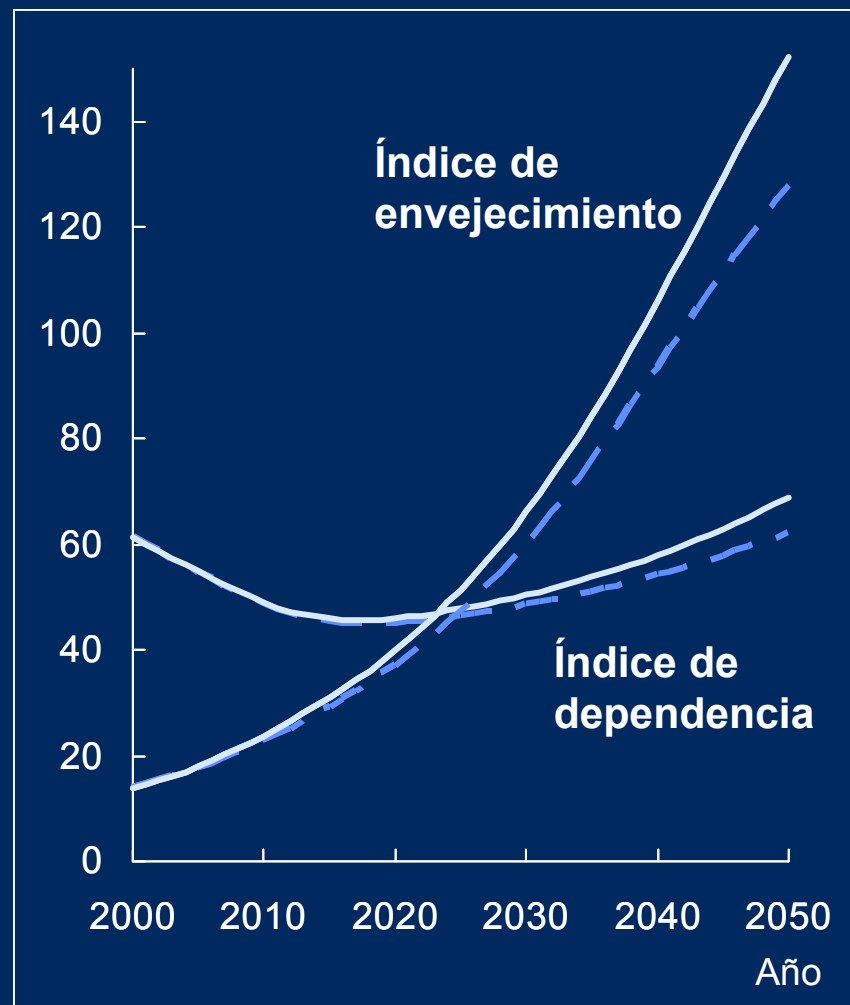
Pronóstico de algunos indicadores demográficos relevantes

— Método LC
- - CONAPO

Edad media poblacional



Índices poblacionales

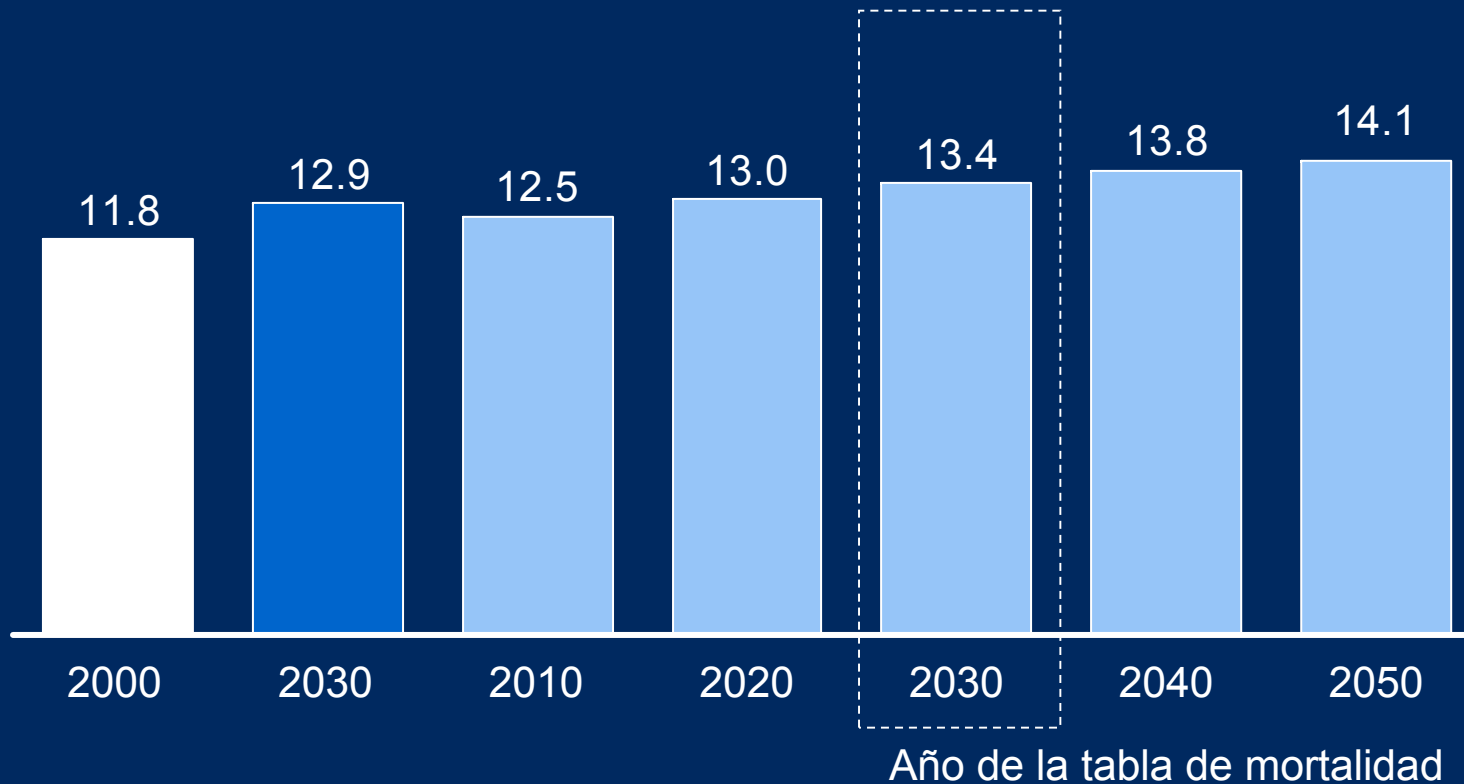


Efecto del descenso de mortalidad en el cálculo actuarial de la anualidad

Tabla de mortalidad empleada:

- Observada
- CONAPO
- Método LC

Anualidad anticipada para edad 65



$$\ddot{a}_{65}^{(12)} \approx \ddot{a}_{65} - \frac{11}{24} = \sum_{n=0}^{\infty} ({}_n p_{65} \cdot V^n) - \frac{11}{24}$$

Nota: Supone tasa de interés real del 3.5% anual

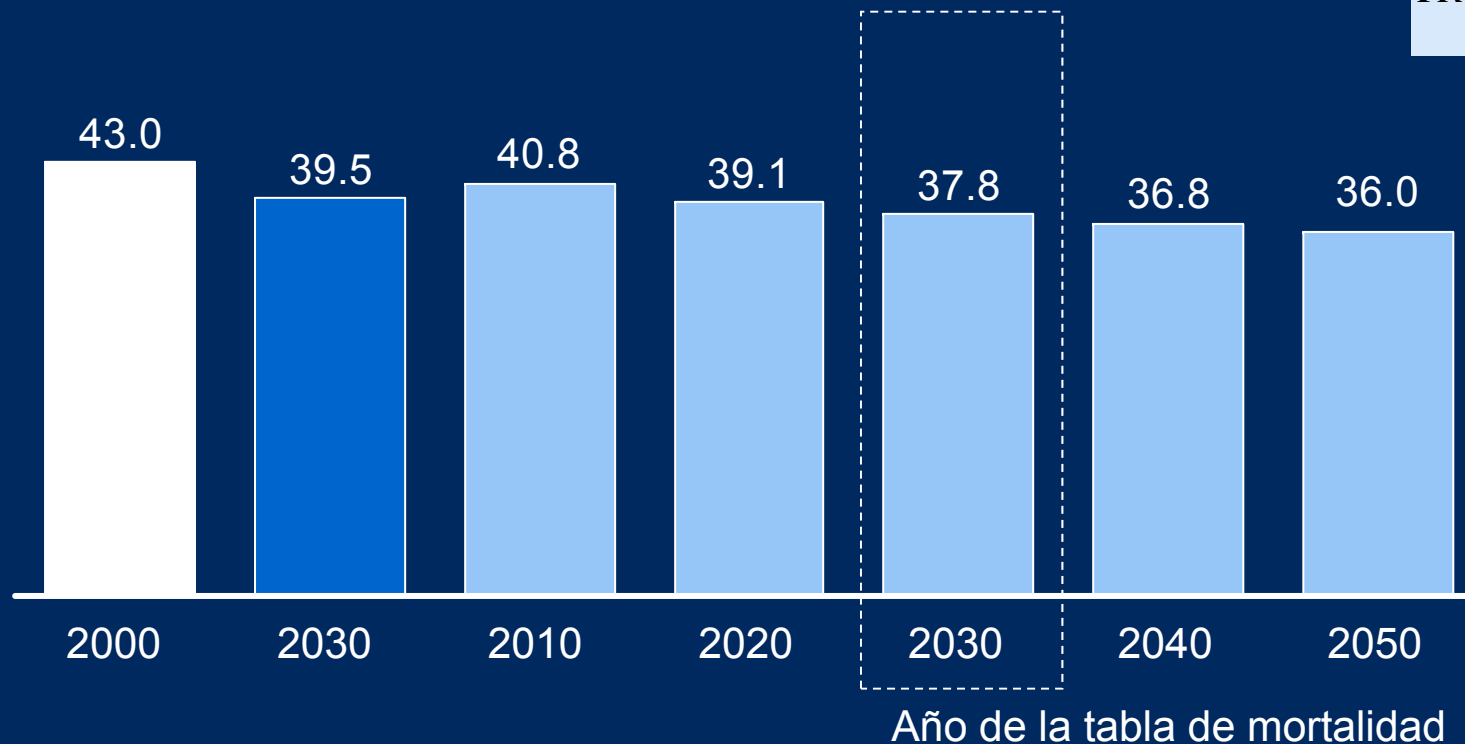
Efecto del descenso de mortalidad en la tasa de reemplazo

Tabla de mortalidad empleada:

- Observada
- CONAPO
- Método LC

Tasa de reemplazo al retiro para un trabajador promedio
Porcentaje del último salario percibido

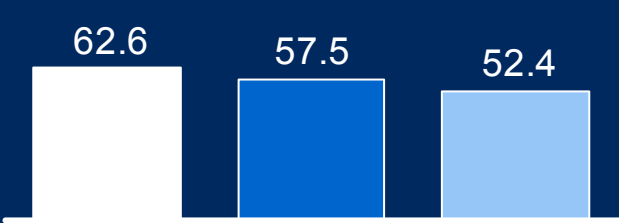

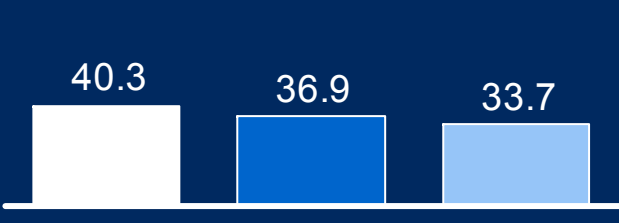
$$TR = \frac{F_x}{S_x \cdot \ddot{a}_{65}^{(12)}}$$



Nota: Supone una vida laboral de 40 años, edad de retiro 65 años, salario base de cotización del trabajador equivalente a 4 salarios mínimos, crecimiento real del salario de 0.5% anual (EIU 2006), comisión promedio del sistema en diciembre de 2005 (CONSAR 2006), tasa de interés real del 3.5% anual para el cálculo de la anualidad, tasa de 5% para el rendimiento real anual del fondo y tasa de persistencia de contribuciones del 80%

Efecto del descenso de mortalidad en la tasa de reemplazo

Tabla de mortalidad empleada:
 ■ Observada ■ Método LC
 ■ CONAPO

Nivel salarial del trabajador	Tasa de reemplazo Porcentaje del último SBC	Tasa de reemplazo mínima requerida Porcentaje	Ahorro voluntario requerido para retiro en 2050	
			Porcentaje del SBC*	Porcentaje de contribución
Bajo (1 salario mínimo)		100	9.6	147
Promedio (4 salarios mínimos)		80	7.8	119
Alto (25 salarios mínimos)		80	7.3	115
	2000 2030 2050			

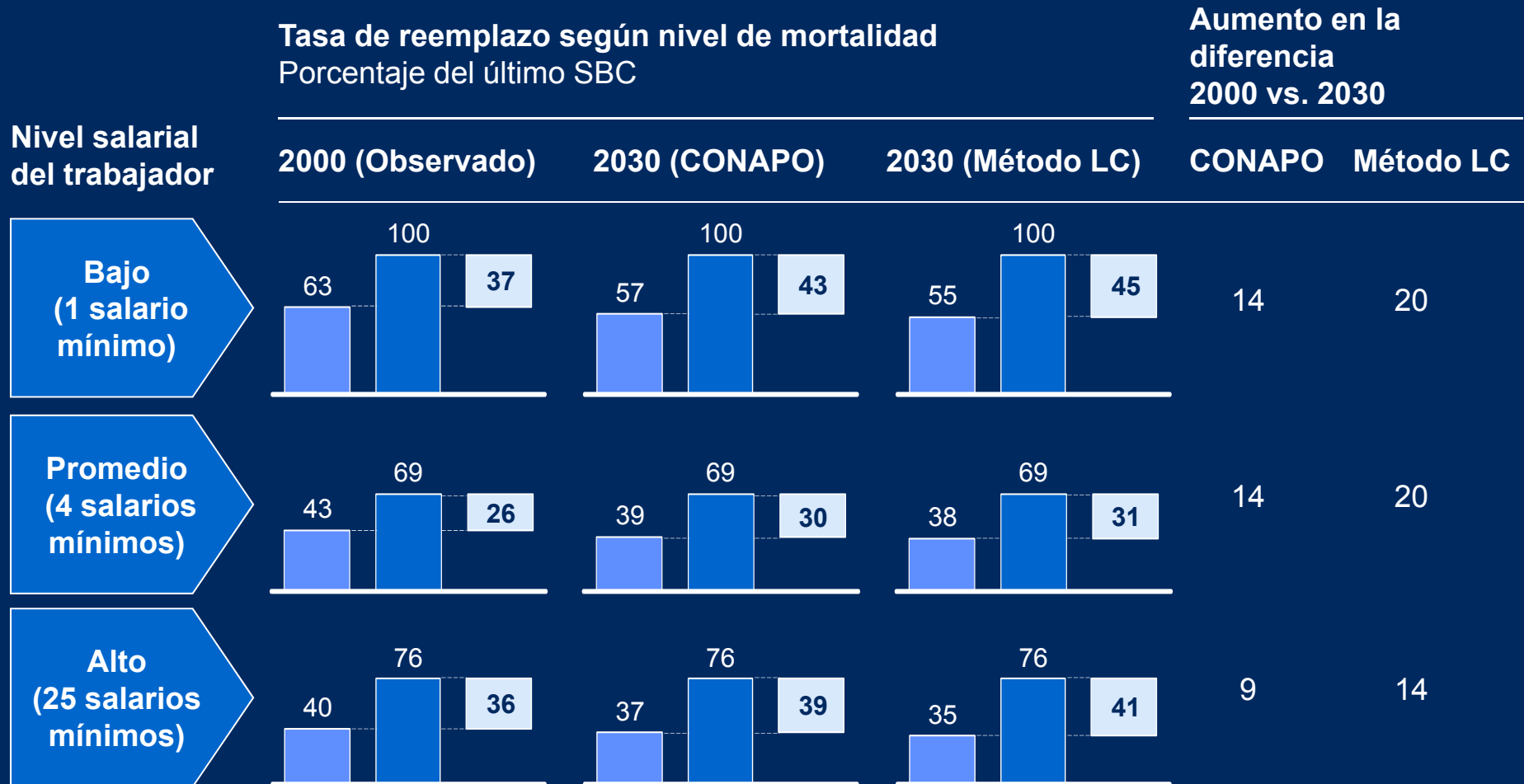
* Salario Base de Cotización

Nota: Supone una vida laboral de 40 años, edad de retiro 65 años, crecimiento real del salario de 0.5% anual (EIU 2006), comisión promedio del sistema en diciembre de 2005 (CONSAR 2006), tasa de interés real del 3.5% anual para el cálculo de la anualidad, tasa del 5% para el rendimiento real anual del fondo y tasa de persistencia de contribuciones del 70% para nivel bajo, 80% para nivel medio y 90% para nivel alto

Efecto del descenso de mortalidad en el costo del gobierno derivado de la brecha entre beneficios

Regla para cálculo de beneficio

- Ley de 1973 / pensión mínima
- Fondo Afore ■ Diferencia



* Salario Base de Cotización

Nota: Supone una vida laboral de 40 años, edad de retiro 65 años, crecimiento real del salario de 0.5% anual (EIU 2006), comisión promedio del sistema en Diciembre de 2005 (CONSAR 2006), tasa de interés real del 3.5% anual para el cálculo de la anualidad, tasa del 5% para el rendimiento real anual del fondo y tasa de persistencia de contribuciones del 70% para nivel bajo, 80% para nivel medio y 90% para nivel alto

Conclusiones

- El método LC tiene como principales ventajas su base probabilística, su relativa facilidad de uso y la flexibilidad para incorporar sus resultados en modelos más complejos
- Los pronósticos obtenidos con el método LC en general difieren de las proyecciones oficiales
 - El pronóstico de esperanza de vida al nacer para 2050 resultó ser 2.5 años mayor que el de CONAPO
 - El crecimiento poblacional de 2002 a 2050 se estima en 0.61% con el método LC, a diferencia del 0.52% pronosticado por CONAPO
 - Este modelo permite también analizar la evolución de la estructura poblacional, ya que se pronostican cambios importantes en ella
- El mayor descenso de mortalidad pronosticado tendrá un impacto negativo, tanto desde la perspectiva de los afiliados (recibirán una pensión menor al momento de su retiro), como de la perspectiva del gobierno (tendrá que aumentar el gasto destinado al sistema de pensiones)